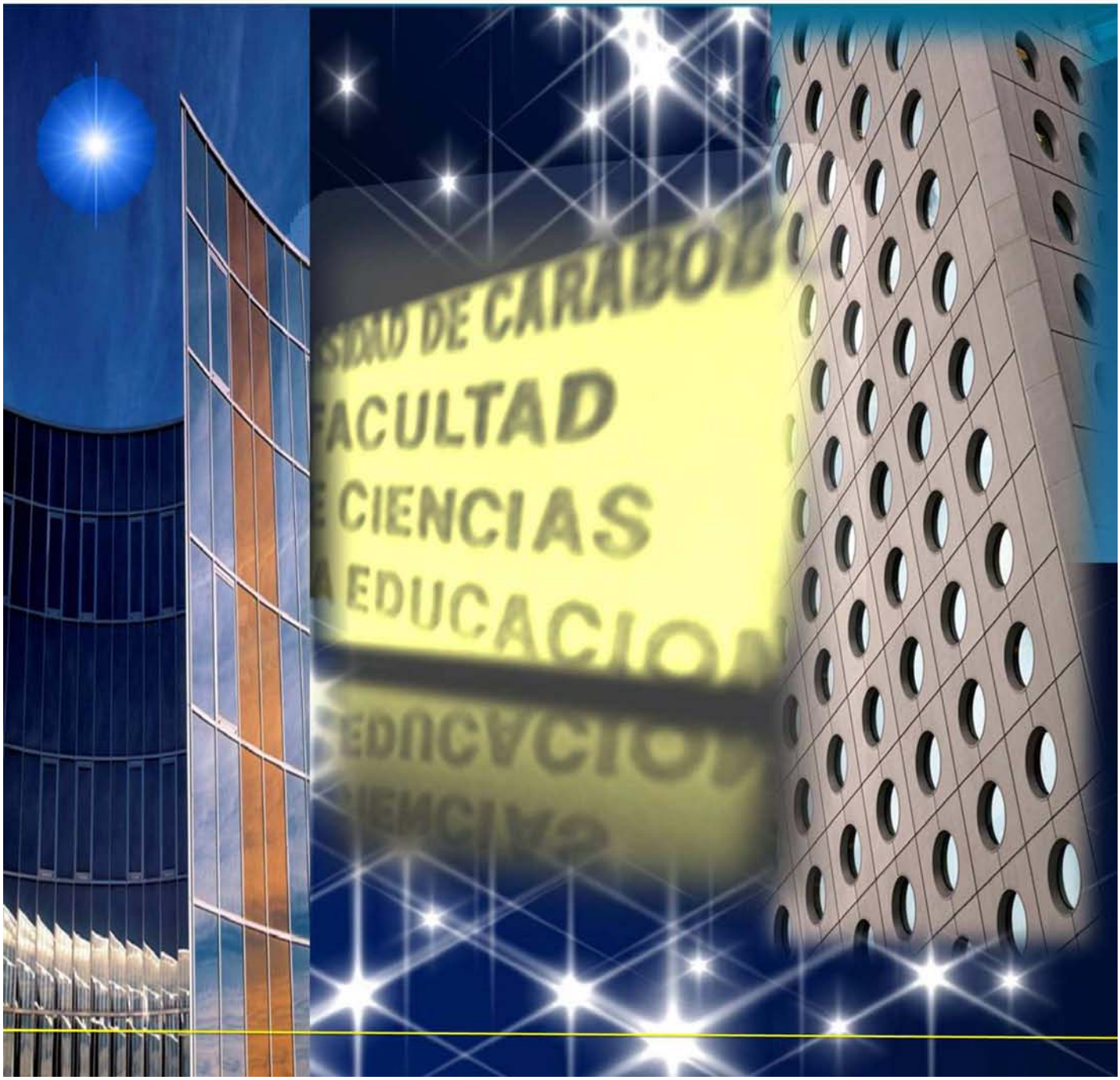
HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA y FÍSICA – FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN – UNIVERSIDAD DE CARABOBO

© Rafael Ascanio H. – 2009. Hecho el Depósito de Ley. Depósito Legal: PP200902CA3088 / PPi2012024055 – I. S. S. N.: 2244-7385
E- mail: homotecia2002@gmail.com - Nº 2 – AÑO 11 Valencia, 1º de Febrero de 2013



HOMOTECIA

CÁTEDRA DE CÁLCULO

Índice

Editorial..... 1

Grandes Matemáticos: Asger Hartvig Aaboe..... 1

Aportes al conocimiento. Teorema Fundamental del Cálculo Integral: Resolución de ejercicios aplicando la segunda parte del teorema fundamental del cálculo integral.
Por: **Prof. Rafael Ascanio Hernández y Prof. Próspero González Méndez**..... 4

Presentación del libro: "Historia y Filosofía de las Matemáticas".
(Sexta Entrega). Autor: **Ángel Ruiz Zúñiga**..... 10

Físicos Notables: Charles Drummond Ellis..... 16

Historia: La enseñanza de la Matemática (Parte I). Introducción..... 18

Infinito: ¿un dedo que apunta hacia Dios? Por: Lic. Eduardo Joudzbalis 19

Especiales: ¿Por qué vivimos en familia?..... 23

Galería: Charles Fefferman 25

LAS IDEAS Y OPINIONES DE LOS AUTORES DE LOS ARTÍCULOS QUE PUBLICAMOS EN HOMOTECIA SON RESPONSABILIDAD DE LOS MISMOS. SI ALGÚN LECTOR TIENE OBJECIONES SOBRE ÉSTAS, AGRADECEMOS NOS HAGA LLEGAR SUS COMENTARIOS A TRAVÉS DE NUESTRA DIRECCIÓN ELECTRÓNICA, homotecia2002@gmail.com.

La mayoría de las imágenes que aparecen en esta publicación, son obtenidas de Google y de Facebook, vía Internet.

Diseño de Portada: R. A. A. H.

Revista HOMOTECIA
© Rafael Ascanio H. – 2009
Hecho el Depósito de Ley.
Depósito Legal: PP200902CA3088
I. S. S. N.: 2244-7385

e-mail:
homotecia2002@gmail.com

Publicación Mensual
Distribución Gratuita

Publicada por:

CÁTEDRA DE CÁLCULO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE CARABOBO

DIRECTOR–EDITOR:
Profesor Rafael Ascanio Hernández

SUB-DIRECTOR:
Profesor Próspero González Méndez

COORDINADORES DE PUBLICACIÓN:
Profesor Rafael Ascanio Hernández
Profesor Próspero González Méndez

COMISIÓN
ARCHIVO Y REGISTRO HISTÓRICO

Profesora María del Carmen Padrón
Profesora Zoraida Villegas
Profesora Ivel Páez

COMISIÓN REVISORA DE MATERIAL A PUBLICAR:

Profesora Elda Rosa Talavera de Vallejo
Profesora Omaira Naveda de Fernández
Profesor José Tadeo Morales

Nº 2- AÑO 11 Valencia, 1º de Febrero de 2013

EDITORIAL

Después de un proceso bastante riguroso para los participantes, culminó en el mes de enero del presente año, el Concurso de Oposición 2012-2013 para el otorgamiento de cargos como Profesores Ordinarios de nuestra Facultad de Ciencias de la Educación (FACE) de la ilustre autónoma democrática y popular Universidad de Carabobo. El listado mediante el cual nos informan los nombres de los profesores que obtuvieron los cargos, nos permite visualizar perfiles de docentes con muchos años de labor en nuestra facultad como profesores contratados, lo que garantiza que en su mayoría están preparados para llevar eficiente y responsablemente la misión que ahora encararán en su nueva condición de profesores activos. Para los ganadores que se inician en el ejercicio de la docencia universitaria, al igual que para todos, les deseamos éxito pero principalmente a ellos les recomendamos lo siguiente: cuando se forman educadores el significado de esta situación trasciende más allá de convertirnos en un vehículo que ayude al estudiante a hacerse de una profesión. Aprender para enseñar es más complejo que aprender para aplicar, aún la importancia de esto último; es un paso anterior, trascendente, porque involucra a futuro la responsabilidad de enseñar al discípulo como un aporte significativo a la transmisión de la cultura del hombre en procura de la perennidad de lo más noble y positivo del género humano. Cuando se forma a un educador, no se puede considerar ligera ni superficialmente a ninguno de los elementos y factores que conforman parte de este proceso; hacerlo da pie a dejar huecos o fallas que se reflejarán en el futuro profesional de la docencia. Y además, como autocrítica, se debe considerar siempre que el buen educador no es solamente el que tiene la capacidad, no es solamente el que se capacita, sino el que manifiesta todo esto con fehaciente y vehemente vocación. Es decir, el educador debe convencerse pero sobre todo sentir, que lo es, y su lema debe ser "mejorar siempre".

También se pudo detallar en el listado antes mencionado, que un gran número de los profesores que no fueron favorecidos con los resultados del concurso, presentan perfiles profesionales destacadísimos, y que la facultad resultaba grandemente bienaventurada si a todos ellos se les hubiera podido llevar a la condición de profesores ordinarios. Lamentablemente el número de cargos ofertados fue inferior al número de aspirantes que se presentaron, haciendo difícil su selección. Solo queda esperar que se vuelva a programar un nuevo concurso de oposición lo más pronto posible, y no correr el riesgo de años anteriores: muchos excelentes egresados nuestros que ante las pocas oportunidades de establecerse como docentes en nuestra facultad, emigraron hacia otras facultades y hacia otros institutos de educación universitaria donde hoy ya son personal docente ordinario y de mucho éxito. Esta situación es crítica si se detalla que son pocos los profesores ordinarios de nuevo ingreso a la facultad y que día a día, se incrementa el número de profesores ordinarios que se jubilan, gestándose el advenimiento de la no formación de una generación de relevo docente, indudablemente una situación muy grave si se toma en cuenta la relevancia actual en la sociedad de la función educativa.

Los Grandes Matemáticos

ASGER HARTVIG AABOE

Nació el 26 de abril de 1922 en Copenhague, Dinamarca y murió el 19 de enero de 2007 en North Haven, Connecticut, E. E. U. U.

Versión del Artículo de: *J. J. O'Connor* y *E. F. Robertson* sobre Asger Hartvig Aaboe.

Tomado de:
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/References/Aaboe.html

El padre de Asger Aaboe fue un oficial del ejército danés, cuya familia procedía de Egaa, un pequeño pueblo que se encuentra a orillas de la bahía de Aarhus, al norte del centro de la ciudad de Aarhus. El 'aa' tanto en el `Aaboe´ como en el `Egaa´ significa 'arroyo' [2]:

... *como explicó Asger en una ocasión, su apellido significa "uno que vive por* (*boe*) *el arroyo* (*aa*).

Asistió a la Escuela Ostre Borgerdyd de Copenhague, una escuela famosa porque en ella J. L. Heiberg produjo magistrales publicaciones de clásicos griegos sobre matemática y astronomía, cuando fue su director entre 1884 y 1896. Aaboe se graduó en 1940 y entró en la Universidad de Copenhague.

A principios de ese mismo año, el 9 de abril, Alemania invadió Dinamarca. Las instituciones danesas, sin embargo, siguieron funcionando con relativa normalidad como resultado de la actitud de cooperación de las autoridades danesas con los alemanes. En el verano de 1943 había una creciente hostilidad hacia Alemania y el gobierno danés se disolvió. A pesar de este panorama, Aaboe fue capaz de estudiar matemáticas, astronomía, física y química en la Universidad, siendo particularmente influenciado por su profesor de matemáticas Harald Bohr. Se graduó en Copenhague con un Candidatus Magisterii en 1947 después de la presentación de la tesis de *La determinación de áreas y volúmenes en la Antigüedad, especialmente en los trabajos de Arquímedes*. En 1948 se trasladó a los Estados Unidos, donde había sido nombrado para un puesto de profesor visitante en la Universidad de Washington de Saint Louis. Allí conoció a Joan Armstrong, con la que se casó en 1950 y tuvo cuatro hijos: Kirsten, Anne, Erik, y Niels.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

Reflexiones

"Lo que con mucho trabajo se adquiere, más se ama".
Aristóteles

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Más tarde, en 1948 Aaboe regresó a Dinamarca para ocupar un puesto en la Escuela Estatal de Birkerod, donde se le nombró como Adjunto en Matemáticas. Allí permaneció hasta 1952 cuando emigró a los Estados Unidos cuando se le ofertó un puesto como Instructor en Matemáticas en la Universidad Tufts, cerca de Boston. De hecho, cuando Aaboe fue nombrado para este cargo, esta institución era conocida como Tufts College, cambiando posteriormente su nombre al de Universidad de Tufts en 1954.

Aaboe continuó con su interés por la historia de las matemáticas y publicó el paper (artículo) *"El método de iteración Al-Kashi para la determinación del Seno de* 1°*"* en 1954. Además de mantenerse como Instructor en Tufts, se matriculó como estudiante de doctorado (Ph. D.) en la Universidad Brown de Providence, Rhode Island, en 1955. Había una buena razón para Aaboe de inscribirse en el doctorado de la Universidad Brown porque aunque llegó a ser el único estudiante de postgrado en el Departamento de Historia de las Matemáticas, se convirtió en alumno del eminente historiador de las matemáticas Otto Neugebauer, quien había sido profesor de Historia de las Matemáticas en la Universidad Brown desde 1947. Steele escribe [3]:

Pocas combinaciones de estudiante y tutor pudieron ser tan rentables como la que existe entre Neugebauer y Aaboe. Cuando Aaboe llegó por primera vez a Brown, Neugebauer estaba en las etapas finales de la preparación de su estudio pionero sobre la astronomía matemática babilónica, Textos Cuneiformes de Astronomía (1955). *Este trabajo pondría la investigación sobre la astronomía babilónica sobre una base firme a través de la publicación y el análisis sistemático de más de 300 textos encontrados en tablillas cuneiformes en custodia en el Museo Británico, el Instituto Oriental de Chicago, el Museo de Louvre de París, el Staatliche Museen de Berlín, el Müzeleri Arkeoloji en Estambul, y varias colecciones más pequeñas en Europa y los Estados Unidos. Fue natural, por tanto, que se Aaboe escogiera trabajar sobre astronomía babilónica para su tesis de doctorado.*

Teniendo en cuenta los intereses de Neugebauer, no fue sorpresa saber que el título de la tesis doctoral de Aaboe, presentada en 1957, fuera *Sobre las teorías planetarias babilónicas.*

Ahora Neugebauer no fue la única influencia sobre Aaboe durante su permanencia en la Universidad Brown. El asiriólogo Abraham Sachs también estaba en Brown y había trabajado con Neugebauer en los textos matemáticos babilónicos. Sachs se había interesado en la astronomía babilónica y había tenido acceso a cientos de tablillas cuneiformes astronómicas en el Museo Británico de Londres [3]:

Sachs pasó a Aaboe una lista de las tablillas que estaban claramente relacionadas con los textos de astronomía matemática publicada por Neugebauer, pero no parecían ser parte de lo conocido sobre la teoría planetaria y lunar. Esta lista de tablillas proporcionaría el estímulo para la mayor parte de las investigaciones de Aaboe por el resto de su carrera.

Aaboe fue promovido a Profesor Asociado de Tufts en 1959, y dos años más tarde aceptó una invitación para unirse al recién creado Departamento de Historia de la Ciencia y la Medicina de la Universidad de Yale. En 1962 se convirtió en Profesor Asociado en ambos departamentos y también en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Yale. Fue ascendido a Profesor Titular en ambos departamentos en 1967, y diez años más tarde se convirtió en profesor en un tercer departamento de la Universidad de Yale, a saber, el Departamento de Idiomas y Literaturas del Cercano Oriente. Permaneció en estos cargos de profesor hasta su jubilación en 1992.

Veamos ahora algunas de las publicaciones de Aaboe. En 1963 publicó *Sobre el modelo planetario cualitativo griego de la variedad epicicloide*. O. Schmidt escribió en un comentario:

En un papiro griego del siglo II D. C. hay evidencia de un modelo planetario de tipo epicicloide en el cual el planeta viaja en el epiciclo en dirección opuesta a la correctamente adoptada por Tolomeo. En el documento objeto de examen, se muestra que asumiendo que las velocidades angulares del centro del epiciclo y las velocidades angulares del planeta en el epiciclo sean las mismas que en el Almagesto (*y esto es una suposición muy razonable*)*, un modelo del tipo anteriormente mencionado puedan hacer ni a Venus ni a Marte retrógrados.*

En 1964 escribió el libro *Episodios de inicios de la historia de las matemáticas.* Steele escribió [3]:

Aaboe aprovechó la oportunidad para escribir un texto de historia de las matemáticas que era accesible a los niños en edad escolar y aún así trató los detalles técnicos de la matemática antigua. En el cumplimiento de este desafío Aaboe hizo gala de su don para explicar temas complejos en una prosa clara, encantadora e ingeniosa. Su éxito se puede advertir por el hecho de que el libro ha sido traducido al sueco, al danés, al español, al turco, al polaco y al japonés.

Es un libro muy bien escrito en el cual los autores de esta biografía han leído varias veces durante su proceso de escribir artículos para este archivo.

En *Algunas tablas matemáticas seléucidas* [*recíprocos extendidos y cuadrados de números regulares* (1965)] Aaboe observó ocho tablillas matemáticas cuneiformes, tres de las cuales no habían sido publicadas previamente.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

En el mismo año publicó *Sobre las relaciones periódicas en la astronomía babilónica* en la cual hizo nuevas conjeturas sobre la base de los textos que Abraham Sachs había encontrado. En el año siguiente publicó el documento *Algunas listas de cálculos sin fecha de longitudes características de los fenómenos planetarios del período final de Babilonia* sobre la base de catorce textos conservados en el Museo Británico. Esta fuente de los textos también permitió publicar *Algunas tablas lunares auxiliares y textos afines en el último período de Babilonia* (1968), mientras que el artículo *Dos tablas de multiplicar atípicas de Uruk* publicado en el año siguiente, dio lugar al examen de un documento inédito y uno que había sido identificado erróneamente por Neugebauer.

En *Una lista computarizada de las lunas nuevas del 319 A. C. al 316 A. C. en Babilonia: B. M. 40094* (1969) él proporcionó fotografías con una traducción de una tablilla cuneiforme en el Museo Británico la cual da el momento de conjunción del sol y la luna cada mes durante un período de tres años. Su interés reside principalmente en lo antiguo de su fecha. Aaboe continuó publicando artículos sobre estos temas a lo largo de su vida.

En 2001 Aaboe publicó *Episodios de inicio de la historia de la astronomía*, un volumen que acompaña a su artículo de 1964 *Episodios de de inicio la historia de las matemáticas*. J. P. Britton escribe el siguiente comentario:

Este poco extenso volumen, elegantemente escrito por Asger Aaboe podría haber sido titulado más precisamente "Aspectos destacados de la teoría planetaria desde Babilonia hasta Kepler" ya que es en realidad el tema sobre el cual trata ... [*éste*] *proporciona una introducción clara, decidida y muy original a los principales elementos de la teoría planetaria antes de Newton, que los expertos encontrarán gratificante y accesible para novicios.*

La esposa de Aaboe, Joan, murió en 1990 y él se jubiló dos años más tarde. Steele escribió [3]:

A pesar de su retiro en 1992, *Aaboe mantuvo su interés en la astronomía babilónica, continuó publicando estudios importantes, y alentar a jóvenes investigadores en su trabajo. Tuve la suerte de ser uno de los beneficiarios del aliento Asger, y pasé varios días felices estando con él en North Haven, hablando de astronomía babilónica, comiendo el buen pan hecho en su casa, navegando en su bote, y escuchando sus historias sobre Sachs, Neugebauer y otros grandes estudiosos de la astronomía babilónica.*

Se volvió a casar en 2006 con Izabela Zbikowska y murió en su casa en enero del año siguiente, tras una breve enfermedad, próximo a cumplir los ochenta y cinco años.

Referencias.-

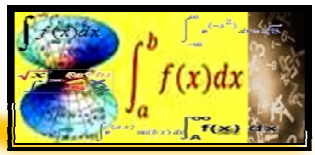
Artículos:

1. L. Berggren, Asger Hartvig Aaboe: 26 April 1922 to 19 January 2007, *Centaurus* 49 (2) (2007), 172-177.
2. J. P. Britton, In memoriam Asger Hartvig Aaboe (26 April 1922-19 January 2007), *Aestimatio* 3 (2007), 118-121.
3. J. Steele, In memoriam Asger Aaboe (1922-2007). *Historia Math.* 34 (4) (2007), 377-379.

Aportes al conocimiento

Teorema Fundamental del Cálculo Integral:

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS APLICANDO LA SEGUNDA PARTE DEL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL.



Por: Prof. Rafael Ascanio Hernández - Prof. Próspero González Méndez

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Y FÍSICA - FACE - UC

TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL: SEGUNDA PARTE.-

Esta segunda parte es una consecuencia del propósito que se persigue con la aplicación inicial del teorema, y permite calcular la integral de una función utilizando la antiderivada que se obtiene cuando ésta es integrada.
El procedimiento que permite calcular el valor de la integral definida se conoce como ***Regla de Barrow***.
A continuación se enuncia esta segunda parte del teorema:

Teorema: Si *f(x)* es continua en el intervalo $a \le x \le b$ y *F(x)* es cualquier primitiva de *f(x)* entonces:

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Comprobación:

Esta comprobación se puede realizar utilizando la primera parte del Teorema Fundamental del Cálculo Integral. Considerando que $F'(x) = \frac{d}{dx}\left[\int_a^x f(t)dt\right] = f(x)$, por lo que *F* es una primitiva de *f*, se define una función *G* tal que: $G(x) = \int_a^x f(t)\,dt$, ambas situaciones para todo valor *x* en el intervalo $[a,b]$. Entonces, aplicando la Primera Parte del Teorema Fundamental del Cálculo Integral, se tiene que:

$$G'(x) = \frac{d}{dx}\left[\int_a^x f(t)\,dt\right] = f(x),$$ para *x* en el intervalo [*a, b*].

Por lo tanto, *G* también es una primitiva de *f*. Siendo tanto *F* como *G* primitivas de *f*, la diferencia entre ellas será una constante:
F(x)=G(x) + C

Como *F* y *G* son continuas en [*a*, *b*], se puede asumir que:

F(a)=G(a) + C y *F (b)=G (b) + C*

Como $G(x) = \int_a^x f(t)\,dt$, entonces $G(a) = \int_a^a f(t)\,dt = 0$ por propiedades de la integral definida.

Sustituyendo el valor de *G(a)* en *F(a)*, se tiene: $F(a) = 0 + C \Rightarrow F(a) = C$

Restando *F (b)* y *F(a)*, se obtiene:

F (b) - F(a)= [G (b) + C] - F(a)

F (b) - F(a)= [G (b) + C] – C

F (b) - F(a)= G (b)

Pero $G(b) = \int_a^b f(t)\,dt$

Se entiende entonces que: $\boxed{\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)}$

Se comprueba así la segunda parte del Teorema Fundamental del Cálculo Integral.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Ejemplos.-

1. - Obtener $\int_{-5}^{-3}\sqrt{x^2-4}dx.$

Solución:

Resolviendo la integral: Previamente se aplica la fórmula elemental correspondiente.

$$I_0=\int_{-5}^{-3}\sqrt{x^2-4}dx=\int_{-5}^{-3}\sqrt{x^2-2^2}dx=\left[\frac{1}{2}x\sqrt{x^2-4}-\frac{1}{2}\cdot 4Ln(x+\sqrt{x^2-4})\right]_{-5}^{-3}=\left[\frac{1}{2}x\sqrt{x^2-4}-2Ln(x+\sqrt{x^2-4})\right]_{-5}^{-3}=$$

$$=\left[\frac{1}{2}\cdot(-3)\cdot\sqrt{9-4}-2Ln\left|(-3)+\sqrt{9-4}\right|\right]-\left[\frac{1}{2}\cdot(-5)\cdot\sqrt{25-4}-2Ln\left|-5+\sqrt{25-4}\right|\right]=$$

$$=-\frac{3}{2}\sqrt{5}-2Ln\left|-3+\sqrt{5}\right|+\frac{5}{2}\sqrt{21}+2Ln\left|-5+\sqrt{21}\right|=-\frac{3}{2}\cdot 2{,}2361-2Ln\left|-0{,}7639\right|+\frac{5}{2}\cdot 4{,}5826+2Ln\left|-0{,}4174\right|=$$

$$(utilizando\ \ aproximaciones\ \ por\ \ redondeo\ \ con\ \ e_A<0{,}0001)$$

$$=-3{,}3541-2\cdot(-0{,}2693)+11{,}4565+2\cdot(-0{,}8737)=-3{,}3541+0{,}5386+11{,}4565-1{,}7474=\underline{6{,}8936}$$

2. - Hallar $\int_{-2}^{2}\frac{dx}{x^2+4}.$

Solución:

Resolviendo la integral: Previamente se aplica la fórmula elemental correspondiente.

$$I_0=\int_{-2}^{2}\frac{dx}{x^2+4}=\int_{-2}^{2}\frac{dx}{x^2+2^2}=\left[\frac{1}{2}ArcTg\left(\frac{x}{2}\right)\right]_{-2}^{2}=\frac{1}{2}\left[ArcTg\left(1\right)-ArcTg\left(-1\right)\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]=\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2}=\underline{\frac{\pi}{4}}$$

3.- Compruebe si $\int_{-\pi}^{\pi}Sen\,(mx)\,Sen\,(nx)\,dx=\begin{cases}\pi & si\quad m=n\\ 0 & si\quad m\neq n\end{cases}$

Solución:

Si $m=n$:

$$I_0=\int_{-\pi}^{\pi}Sen\,(mx)\,Sen\,(nx)\,dx=\int_{-\pi}^{\pi}Sen^2\,(mx)\,dx=\int_{-\pi}^{\pi}\frac{1-Cos\,(2mx)}{2}dx=$$

$$=\tfrac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\left[1-Cos\,(2mx)\right]dx=\tfrac{1}{2}\left[x-\tfrac{1}{2m}Sen\,(2mx)\right]_{-\pi}^{\pi}=$$

$$=\tfrac{1}{2}\left[\pi-(-\pi)\right]-\tfrac{1}{4m}\left[Sen\,(2m\pi)-Sen\,(-2m\pi)\right]=$$

$$=\pi-\tfrac{1}{2m}Sen\,(2m\pi)=\pi-0=\pi$$

(L. Q. Q. C.)

Nota: Se debe recordar que Seno es función impar.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Si $m \neq n$: Se utiliza la Fórmula de Werner correspondiente.

$$I_0 = \int_{-\pi}^{\pi} Sen(mx)\,Sen(nx)\,dx = \int_{-\pi}^{\pi} \tfrac{1}{2}\left[Cos(m-n)\,x - Cos(m+n)\,x\right]dx =$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \tfrac{1}{2}\left[Cos(m-n)\,x\right]dx - \int_{-\pi}^{\pi} \tfrac{1}{2}\left[Cos(m+n)\,x\right]dx =$$

$$= \left[\tfrac{1}{2(m-n)}\,Sen(m-n)x\right]_{-\pi}^{\pi} - \left[\tfrac{1}{2(m+n)}\,Sen(m+n)x\right]_{-\pi}^{\pi} =$$

$$= \tfrac{1}{(m-n)}\,Sen(m-n)\pi - \tfrac{1}{(m-n)}\,Sen(m-n)\pi = 0$$

(L. Q. Q. C.)

Nota: Se debe recordar que Seno es función impar.

4.- Dada: $f(x) = \begin{cases} 1-x, & -1 \le x < 0 \\ x^2, & 0 \le x < 2 \\ -1, & 2 \le x \le 3 \end{cases}$ **, obtener** $\int_a^b f(x)\,dx$**.**

<u>Solución</u>:

Resolviendo la integral. La función *f(x)* es una función definida por tramos, siendo su dominio el intervalo [-1, 3].
Por la forma como está definida *f(x)*, se tiene que:

$$I_0 = \int_{-1}^{3} f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} (1-x)\,dx + \int_{0}^{2} x^2 dx + \int_{2}^{3} (-1)\,dx = \left[x - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^3}{3}\right]_{0}^{2} + \left[-x\right]_{2}^{3} =$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - 1 = \frac{19}{6} \quad \Rightarrow \boxed{I_0 = \frac{19}{6}}$$

5.- Compruebe que $\int_{-1}^{7} |x-5|\,dx = 20$**.**

<u>Comprobando</u>:

Resolviendo la integral. El integrando está conformado por una función valor absoluto, $f(x) = |x-5|$.

Esta función queda definida de la siguiente manera: $f(x) = |x-5| = \begin{cases} x-5, \; si\; x \ge 5 \\ -(x-5), \; si\; x < 5 \end{cases}$.

Entonces, al resolver la integral, se tiene que:

$$I_0 = \int_{-1}^{7} |x-5|\,dx = \int_{-1}^{5} \left[-(x-5)\right]dx + \int_{5}^{7} (x-5)\,dx = \int_{-1}^{5} (5-x)\,dx + \int_{5}^{7} (x-5)\,dx =$$

$$= \left[5x - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{5} + \left[\frac{x^2}{2} - 5x\right]_{5}^{7} = 25 - \frac{25}{2} + 5 + \frac{1}{2} + \frac{49}{2} - 35 - \frac{25}{2} + 25 = 20$$

$$\Rightarrow \boxed{I_0 = 20}$$

L. Q. Q. C.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

6.- Compruebe si: $\int_{-2}^{4} |x-2|\, dx = 10$

Comprobando:

Resolviendo la integral. Siendo *f(x)* una función valor absoluto, se puede expresar de la siguiente manera:

$$f(x) = |x-2| = \begin{cases} -(x-2), & si\ x < -2 \\ x-2, & si\ x \geq 2 \end{cases}$$

Luego:

$$I_0 = \int_{-2}^{4} |x-2|\, dx = \int_{-2}^{2} (2-x)\, dx + \int_{2}^{4} (x-2)\, dx = \left[2x - \frac{x^2}{2} \right]_{-2}^{2} + \left[\frac{x^2}{2} - 2x \right]_{2}^{4} =$$

$$= (4-2) - (-4-2) + (8-8) - (2-4) = 2 + 6 + 0 + 2 = \underline{10}$$

7.- Obtener el valor de: $\int_{-2}^{2} \sqrt{2+|x|}\, dx$

Verificando:

Resolviendo la integral. Por ser *f(x)* una función radical con radicando donde aparece la variable como argumento de un valor absoluto, se expresa de la siguiente manera:

$$f(x) = \sqrt{2+|x|} = \begin{cases} \sqrt{2+x}, & si\ x \geq 0 \\ \sqrt{2-x}, & si\ x < 0 \end{cases}$$

Luego:

$$I_0 = \int_{-2}^{2} \sqrt{2+|x|}\, dx = \int_{-2}^{0} \sqrt{2-x}\, dx + \int_{0}^{2} \sqrt{2+x}\, dx = \int_{-2}^{0} (2-x)^{\frac{1}{2}}\, dx + \int_{0}^{2} (2+x)^{\frac{1}{2}}\, dx = (*)$$

Cambios de variable:

$$u = 2 - x \quad \Rightarrow \quad du = -dx \quad \Rightarrow \quad dx = -du$$
$$v = 2 + x \quad \Rightarrow \quad dv = dx$$

Volviendo a (*):

$$(*) = I_0 = -\int_{-2}^{0} u^{\frac{1}{2}}\, du + \int_{0}^{2} v^{\frac{1}{2}}\, dv = -\frac{2}{3} \cdot \left[u^{\frac{3}{2}} \right]_{-2}^{0} + \frac{2}{3} \cdot \left[v^{\frac{3}{2}} \right]_{0}^{2} =$$

$$= -\frac{2}{3} \cdot \left[\sqrt{(2-x)^3} \right]_{-2}^{0} + \frac{2}{3} \cdot \left[\sqrt{(2+x)^3} \right]_{0}^{2} = -\frac{2}{3} \cdot \left(\sqrt{2^3} - \sqrt{4^3} \right) + \frac{2}{3} \cdot \left(\sqrt{4^3} - \sqrt{2^3} \right) =$$

$$= -\frac{4}{3}\sqrt{2} + \frac{16}{3} + \frac{16}{3} - \frac{4}{3}\sqrt{2} = \frac{32}{3} - \frac{8}{3}\sqrt{2} = \frac{32 - 8\sqrt{2}}{3} = \underline{6{,}8954305}$$

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

8. - Verifique si $\int_{-1}^{1}\sqrt{|x|-x}\,dx=\frac{2\sqrt{2}}{3}$**.**

Verificando:

Resolviendo la integral. Se tiene una función radical donde el radicando presenta a la variable formando el argumento de un valor absoluto.

Entonces, esta función se puede expresar de la siguiente manera: $f(x)=\sqrt{|x|-x}=\begin{cases}0, & si\ x\geq 0\\ \sqrt{-2x}, & si\ x<0\end{cases}$.

Al resolver la integral, se tiene lo siguiente:

$$I_0=\int_{-1}^{1}\sqrt{|x|-x}\,dx=\int_{-1}^{0}\sqrt{-2x}dx+\int_{0}^{1}0\cdot dx=\int_{-1}^{0}\sqrt{-2x}dx=-\frac{1}{2}\int_{-1}^{0}\sqrt{-2x}\cdot(-2dx)=$$

$$=-\frac{1}{2}\int_{-1}^{0}(-2x)^{1/2}\cdot(-2\,dx)=-\frac{1}{2}\cdot\left[\frac{2}{3}\cdot(-2x)^{3/2}\right]_{-1}^{0}=-\frac{1}{3}\cdot\left[(-2x)^{3/2}\right]_{-1}^{0}=0+\frac{1}{3}\cdot 2^{3/2}=\frac{\sqrt{2^3}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

9.- Resolver: $\int_0^t(|2x|+x)dx.$

Solución:

Resolviendo la integral. Siendo $f(x)$ una función que incluye un valor absoluto, se puede expresar de la siguiente manera:

$$f(x)=|2x|+x=\begin{cases}-x & si\ \ x<0\\ 3x & si\ \ x\geq 0\end{cases}$$

Luego, al resolver se debe considerar:

Cuando $t<0$:

$$I_0=\int_0^t(|2x|+x)dx=-\int_t^0(-x)dx=\left[\frac{x^2}{2}\right]_t^0=0-\frac{t^2}{2}=-\frac{t^2}{2}\quad\Rightarrow\quad\boxed{I_0=-\frac{t^2}{2}\quad si\ \ t<0}$$

Cuando $t\geq 0$:

$$I_0=\int_0^t(|2x|+x)dx=\int_0^t 3xdx=\left[\frac{3x^2}{2}\right]_0^t=\frac{3t^2}{2}-0=\frac{3t^2}{2}\quad\Rightarrow\quad\boxed{I_0=\frac{3t^2}{2}\quad si\ \ t\geq 0}$$

10.- Resolver: $\int_0^t(|x-1|+|x|)dx.$

Solución:

Resolviendo la integral. La función $f(x)$ está expresada mediante una adición de valores absolutos. Entonces, se interpreta de la siguiente manera:

$$f(x)=|x-1|+|x|=\begin{cases}-x-1-x=-2x-1 & si\quad x<0\\ x-1+x=2x-1 & si\quad x\geq 0\end{cases}$$

Al resolver la integral, se tiene:

Cuando $t<0$:

$$I_0=\int_0^t(|x-1|+|x|)dx=-\int_t^0(-2x-1)dx=\int_t^0(2x+1)dx=\left[x^2+x\right]_t^0=-(t^2+t)\quad\Rightarrow\quad\boxed{I_0=-(t^2+t)}$$

Cuando $t\geq 0$:

$$I_0=\int_0^t(|x-1|+|x|)dx=\int_0^t(2x-1)dx=\left[x^2-x\right]_0^t=t^2-t\quad\Rightarrow\quad\boxed{I_0=t^2-t}$$

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

11.- Resolver: $\int_4^t \sqrt{2|x|+1}\,dx.$

<u>Solución</u>:

Resolviendo la integral. El integrando está conformado por una raíz cuadrada cuyo radicando presenta un valor absoluto.

Esta función queda definida de la siguiente manera: $f(x)=\sqrt{2|x|+1}=\begin{cases}\sqrt{2x+1}, & si\ x\geq 0\\ \sqrt{1-2x}, & si\ x<0\end{cases}$.

A continuación, se procede de la siguiente manera.

Cuando $t\geq 0$:

$$I_0=\int_4^t \sqrt{2|x|+1}\,dx=\int_4^t \sqrt{2x+1}\,dx=\int_4^t (2x+1)^{\frac{1}{2}}\,dx=(*)$$

Cambio de variable:

$u=2x+1 \quad\Rightarrow\quad du=2dx \quad\Rightarrow\quad dx=\dfrac{du}{2}$

Volviendo a (*):

$$(*)=I_0=\frac{1}{2}\int_4^t u^{\frac{1}{2}}\,du=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left[u^{\frac{3}{2}}\right]_4^t=\frac{1}{3}\cdot\left[\sqrt{u^3}\right]_4^t=\frac{1}{3}\cdot\left[\sqrt{(2x+1)^3}\right]_4^t=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{(2t+1)^3}-9$$

$$\Rightarrow\ \boxed{I_0=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{(2t+1)^3}-9 \quad si\ \ t\geq 0}$$

Cuando $t<0$:

$$I_0=\int_4^t \sqrt{2|x|+1}\,dx=-\int_t^4 \sqrt{2|x|+1}\,dx=-\left[\int_t^0 \sqrt{1-2x}\,dx+\int_0^4 \sqrt{2x+1}\,dx\right]=(*)$$

Cambios de variables:

$u=1-2x \quad\Rightarrow\quad du=-2dx \quad\Rightarrow\quad dx=-\dfrac{du}{2}$

$v=2x+1 \quad\Rightarrow\quad dv=2dx \quad\Rightarrow\quad dx=\dfrac{dv}{2}$

Volviendo a (*):

$$(*)=I_0=-\left[-\frac{1}{2}\int_t^0 u^{\frac{1}{2}}\,du+\int_0^4 v^{\frac{1}{2}}\,dv\right]=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left[u^{\frac{3}{2}}\right]_t^0-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\left[v^{\frac{3}{2}}\right]_0^4=\frac{1}{3}\cdot\left[\sqrt{(1-2x)^3}\right]_t^0-\frac{1}{3}\cdot\left[\sqrt{(1+2x)^3}\right]_0^4=$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\cdot\sqrt{(1-2t)^3}-9+\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\cdot\sqrt{(1-2t)^3}-\frac{25}{3} \qquad\Rightarrow\ \boxed{I_0=-\frac{1}{3}\cdot\sqrt{(1-2t)^3}-\frac{25}{3} \quad si\ \ t<0}$$

<u>RAH-PGM</u>

Versión

Del libro "Historia y Filosofía de las Matemáticas". Autor: Ángel Ruiz Zúñiga.

(Sexta Entrega)

ÁNGEL RUIZ ZÚÑIGA, matemático, filósofo y educador nacido en San José, Costa Rica. Campo de investigación: educación matemática, historia y filosofía de las matemáticas, filosofía política y desarrollo social, sociología e historia de las ciencias y la tecnología, problemas de la educación superior, y asuntos de la paz mundial y el progreso humano. Autor de numerosos libros y artículos académicos, expositor y conferencista en más de un centenar de congresos internacionales, y organizador constante de eventos científicos internacionales y nacionales, ha sido, también, consultor y asesor en asuntos científicos, académicos, universitarios y políticos durante muchos años dentro y fuera de Costa Rica.

Continuación.-

Primera Parte: EN LA ANTIGÜEDAD.

Capítulo VI: Cosmología y Astronomía Griegas.-

La geometría era para los griegos la ciencia del espacio físico.

Las leyes de la geometría explicaban ese espacio.

6.1 Visiones cosmológicas.-

Los pitagóricos creían que la Tierra era esférica y que no estaba en el centro del universo; además que se movía. Todos los astros giraban alrededor de un gran fuego central. Con órbitas, por supuesto, circulares (círculo y esfera: figuras perfectas).

Una de las primeras referencias en cuanto a la explicación cosmológica, digamos materialista, que podemos citar es Anaxágoras de Clazomene, quien había estado en Atenas por invitación de Pericles. Afirmó que el Sol era metal incandescente y que la Luna tenía montañas y valles como la Tierra. Incluso, señaló que la Luna refleja la luz del Sol. Su aproximación le permitió dar una explicación apropiada de las fases lunares; es decir, que son resultado de cambios en las posiciones de los tres astros: Tierra, Luna y Sol.

Además, Anaxágoras hizo una interpretación adecuada de los eclipses, lunares y solares. Hasta pensaba que había otros mundos habitados por seres vivos. Anaxágoras fue condenado a muerte por negarse a reconocer la naturaleza milagrosa o divina de los astros celestes. La sentencia de muerte no se ejecutó, aunque tuvo que exiliarse de por vida.

Eudoxo.-

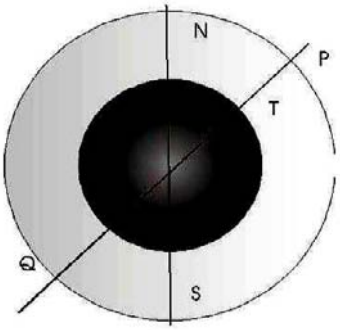
Bajo la influencia platónica, Eudoxo escribió sus obras de astronomía: Espejo, Acontecimientos, Periodo de ocho años, Sobre velocidades, de las que se conservan apenas unos cuantos fragmentos.

Su teoría astronómica utilizaba movimientos geométricos circulares para explicar los movimientos del Sol y la Luna y otros planetas vistos desde la Tierra. Platón había hecho de los movimientos circulares y uniformes los únicos aceptables. Además, la Tierra tenía que estar estática. Con esas premisas Eudoxo usó un sistema que en total incluía 27 esferas, definiendo ejes de rotación, rapidez de rotación, radios, etc., tratando de aproximarse a las observaciones disponibles. Las esferas: 1 era para las estrellas fijas, 3 para el sol, 3 para la Luna y 4 para cada planeta. Se trataba de una construcción matemática.

Véase la figura siguiente. Hay una esfera con centro en T, Tierra. Esta esfera gira de este a oeste cada día con un eje NS. Se trata de la esfera de las estrellas fijas.

Una de las principales críticas a este sistema es que no incluía la velocidad del Sol. Para Rioja y Ordóñez: "Esta primera teoría planetaria logra reproducir, de modo meramente aproximado, los movimientos irregulares observados mediante la combinación de movimientos circulares y uniformes. Cumple pues con el objetivo de tratar de ordenar los erráticos movimientos planetarios dentro de un marco de comprensión teórico. Pero no llega a tener una precisión cuantitativa suficiente. De hecho, los modelos teóricos con capacidad predictiva son posteriores al siglo III a. C. y no harán uso de esferas homocéntricas. No obstante, se busca la acomodación a los hechos observables en el Cielo". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 44].

Se puede decir que el principal mérito de Eudoxo residía en la construcción de una teoría o modelo detallado del movimiento de los cuerpos celestes tratando de integrar precisamente las observaciones. Hay, además, una visión que se puede juzgar como más racional en su explicación astronómica.



ESFERAS DE EUDOXO

Heráclides.-

Heráclides del Ponto (388 - 315 a.C.) modificó este sistema un poco. Mercurio y Venus en lugar de girar alrededor de la Tierra giraban alrededor del Sol. Eso, con el propósito de explicar un poco mejor los movimientos aparentes. Consideraba, además, que la esfera de las estrellas fijas no se movía.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Aristóteles.-

Aristóteles, no satisfecho con la aproximación de Eudoxo, añadió 29 esferas al sistema de éste, lo que provocaba algo extraordinariamente complejo. Sin embargo, se trata en este filósofo no de una astronomía geométrica, como en Platón, sino de una aproximación más bien física. Hay búsqueda por las causas de los movimientos. Se trata de una perspectiva diferente. Es decir, hay una distancia en relación con Platón, pero hay semejanzas.

¿Y la cosmología? "La cosmología aristotélica establece que el cosmos es increado, eterno, indestructible, finito, esférico, no temporal y no espacial, único, geocéntrico y geostático. El único tipo de cambio que acontece en el Cielo es el indefinido y constante movimiento circular de las esferas que lo componen, considerándose dicho movimiento el más próximo al estado de reposo (y así seguirá pensándose hasta la formulación de la ley de inercia en el siglo XVII)". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 55].

Además, para la posteridad quedó una división de esferas del universo que persistiría hasta la modernidad: celestial, terrenal. Con jerarquías: arriba de la Luna hay astros que no cambian, imperturbables que, por supuesto, se mueven en círculos y de manera uniforme. Aquí hay influencia de Platón. Y, por supuesto, éste debe ser el lugar privilegiado para los dioses.

Aristarco.-

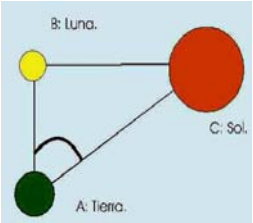
Los primeros intentos de medir la distancia del Sol a la Luna desde la Tierra y las magnitudes de estos cuerpos celestes fue realizada por Aristarco (c. 310 - 230 a.C.), en el período alejandrino, en su obra Sobre medidas y distancias del Sol y la Luna. Se valió, en primer lugar, de una idea de Anaxágoras que explicaba las fases de la Luna. En la siguiente figura, Aristarco supuso que el ángulo BAC era más o menos recto; el triángulo ABC se podía encontrar claramente si se medía el ángulo ABC en el momento del cuarto lunar. Él estimó ese ángulo en el equivalente de 87º. Este ángulo es en la realidad de 89º 51´, más o menos.

ARISTARCO, ESTAMPILLAS.

Aristarco comparó los tamaños de la Tierra y la Luna, para lo que usó un eclipse lunar. Mediante un ingenioso método, comparando el radio aparente de la luna con el radio de la sombra de la Tierra, concluyó que el diámetro lunar era más o menos la mitad del de la Tierra. Lo que era un dato sorpresivo en el contexo cultural de esa época (la proporción verdadera es alrededor de un cuarto).

Una vez establecida esta proporción, los alejandrinos buscaron calcular los diámetros de la Luna, el Sol y nuestro planeta. Esto lo realizó, precisamente, Eratóstenes.

Fue Aristarco quien propuso la teoría heliocéntrica: los planetas, en particular la Tierra, se movían en círculos alrededor del Sol. Antes, dentro de esa visión, debe mencionarse a los pitagóricos, como Filolao. Esto se sabe a través del testimonio de Arquímedes. Incluso, se ha afirmado que Aristarco había explicado por qué no era válida la objeción sobre la tesis heliocéntrica, que argumentaba que las posiciones relativas de las estrellas fijas que vemos también debían variarse con el movimiento de la Tierra. La respuesta está en el hecho que éstas están muy lejos.



ESQUEMA DE ARISTARCO

Apolonio, Hiparco.-

Se considera a Apolonio el fundador de la astronomía matemática cuantitativa, quien se supone conocía bien el sistema de movimientos en epiciclos que fue parte de la teoría de Ptolomeo para representar los movimientos de los astros celestes. De hecho, se afirma que propuso dos tipos de sistemas: uno con base en movimientos epicíclicos y, otro, con base en movimientos excéntricos. Se trataba de un sistema diferente y alternativo al propuesto por Eudoxo de los esferas homocéntricas (concéntricas), teorías que "compitieron" en la Antigüedad. Más adelante ofrecemos una representación gráfica.

No obstante, fueron los trabajos de Hiparco y Ptolomeo los resultados más importantes de la astronomía alejandrina.

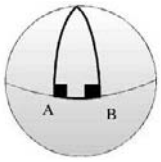
Hiparco utilizó observaciones babilonias así como propias realizadas durante más de 30 años, para diseñar una teoría del movimiento de los astros conocidos a través de epiciclos y deferentes.

Se conoce el trabajo de Hiparco a través de Ptolomeo. Se afirma que la realización más significativa de Hiparco fue el descubrimiento de la precesión de los equinoccios. Es decir, que la dirección del eje de la Tierra cambia en el espacio de manera lenta.

Hiparco hizo una mejor aproximación a la eclíptica que Eratóstenes. Realizó un catálogo de estrellas fijas que incluía 1080 y también sus posiciones relativas.

Hiparco hizo un gran trabajo en la trigonometría, que, de seguro, estaba asociado a la astronomía, aunque también a la geografía. De hecho, este tipo de trigonometría que se usaría en geografía es esférica, dada la esfericidad de la Tierra. Hizo, por ejemplo, una tabla de cuerdas (lo que equivaldría ahora a una tabla de senos).

HIPARCO, ESTAMPILLA.



TRIÁNGULOS ESFÉRICOS

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

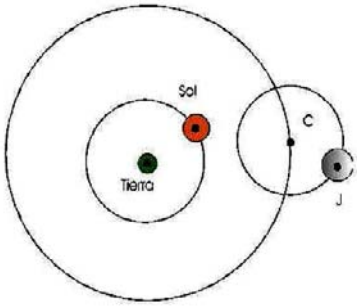
CLAUDIO PTOLOMEO

6.2 Ptolomeo

Ptolomeo extendió la teoría de Hiparco, precisando y mejorando las descripciones matemáticas de los astros, con tal suceso que quedó en la historia con el nombre de Ptolemaica.

Ahora bien: "Donde realmente se aprecia la originalidad de este astrónomo es en su teoría de la Luna, que corrige y perfecciona la de Hiparco, y sobre todo en su teoría de los planetas". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 73]. Es interesante señalar que Hiparco y Ptolomeo no solo se basaron en las observaciones obtenidas por los babilonios o caldeos sino que realizaron observaciones propias, que incorporaron en lo que ellos consideraban era un modelo matemático del comportamiento de los astros celestes.

La idea de epiciclos y la de excéntricas jugaron un papel decisivo en la teoría de Ptolomeo. La idea de epiciclo, que se atribuye a Apolonio, aunque la desarrolló ampliamente Ptolomeo, es que un cuerpo se mueve en un círculo cuyo centro se mueve en otro círculo. Véase la figura siguiente.



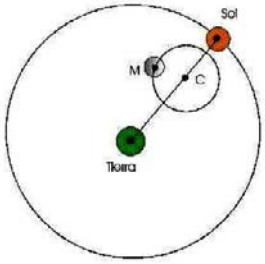
EPICICLOS

Al parecer, los epiciclos tienen un origen muy interesante, que refiere, incluso a la tradición pitagórica, especialmente aquella en el sur de Italia. Por eso:

"El papel de la escuela alejandrina habría consistido en desarrollar cuantitativamente y aplicar a observaciones celestes precisas, estructuras geométricas generadas dentro del más puro espíritu de los antiguos pitagóricos y de Platón. Según otras versiones, la utilización de epiciclos para los planetas, cuyo centro estaría ocupado por el Sol y a su vez éste giraría en torno a la Tierra describiendo un círculo deferente, habría derivado de doctrinas de carácter heliocéntrico como las de Heráclides del Ponto (siglo IV a. C.). O tal vez el abandono de las esferas se habría debido a autores desconocidos que no se encuadran en ninguno de estos planteamientos. Lo que parece cierto es que su origen en el tiempo se remonta a finales del siglo IV y principios del siglo III a. C. El primer matemático que sabemos con seguridad que hizo uso de las nuevas hipótesis para salvar las apariencias celestes fue Apolonio". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 69].

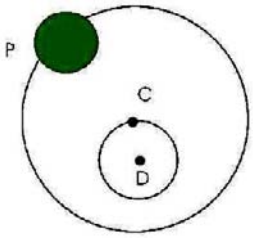
En el esquema de Ptolomeo, se distingue entre planetas exteriores y los interiores, con esquemas de explicación diferentes. Veamos. Siempre se tiene que el Sol giraba alrededor de la Tierra. En los exteriores, por ejemplo en el caso de Júpiter, representado por J, éste giraba en un círculo por el que pasa C; la trayectoria de C se llamaba el deferente de Júpiter. Como aparece en la figura anterior.

En el caso de los planetas interiores, el esquema se representa en la siguiente figura. Considere que *M* representa a Mercurio o Venus.



EPICICLOS INTERIORES

El esquema de los movimientos excéntricos es el de un planeta *P* que se mueve sobre una circunferencia con centro *C*, y *C* se mueve sobre otra circunferencia más pequeña de centro *D*.



MOVIMIENTOS EXCÉNTRICOS

El Almagesto.-

El Almagesto de Ptolomeo fue la referencia decisiva y más influyente durante siglos en la cosmología. Su autoridad sólo puede compararse con la de los Elementos de Euclides.

Incluía todo el conocimiento astronómico de siglos.

Aunque lo desarrollaremos luego, debe decirse que hay una diferencia entre las aproximaciones de Aristóteles y Ptolomeo que son relevantes, porque tendría implicaciones en la revolución cosmológica de los siglos XVI y XVII.

¿Relevancia del Almagesto? Sarton lo comenta así:

"En primer lugar, el Almagesto definió lo que llamamos sistema tolemaico, es decir, el sistema solar que tiene por centro la Tierra. Siguiendo a Hiparco, Tolomeo rechazó las ideas de Aristarco de Samos (III-1 a.C.), en cuyo pensamiento se descubre una anticipación del sistema copernicano. Hiparco y Ptolomeo lo rechazaron [incluso rechazaron el sistema geoheliocéntrico de Heráclides de Ponto (IV-2 a.C.). El sistema tolemaico era completamente geocéntrico] porque no se ajustaba suficientemente a sus propias observaciones.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Sus objeciones eran de la misma naturaleza que las que opuso Tycho Brahe a fines del siglo XVI; sólo después que Kepler reemplazó, en 1609, las trayectorias circulares por las elípticas, fue posible conciliar las observaciones con las ideas de Aristarco o de Copérnico. Al magnífico método del Almagesto se debió la supremacía del sistema tolemaico hasta el siglo XVI, a pesar de las abundantes críticas, que se fueron haciendo cada vez más agudas a medida que las observaciones aumentaban en número y precisión". [Sarton, George: Ciencia antigua y civilización moderna, pp. 59-60].

Para que no se pierda la perspectiva, donde concurren las influencias místicas o acientíficas en la ciencia y las matemáticas, mencionamos que Ptolomeo también escribió sobre astrología.

6.3 Un balance sobre las matemáticas alejandrinas

Sin duda, la principal característica de la civilización griega en relación con las matemáticas era su carácter eminentemente deductivo para garantizar la demostración de sus resultados. A diferencia de otras culturas y pueblos, los griegos decidieron que el pensamiento intuitivo y la experiencia no eran suficiente fundamento para el conocimiento del mundo, requerían métodos que no pudieran ser cuestionados. En esa perspectiva, concluyeron la necesidad de verdades primeras, a partir de las cuales derivar deductivamente las otras. Su conciencia de este método, estos énfasis, los llevó a establecer con toda precisión desde el inicio de cada obra esos primeros principios.

De igual manera, asumieron que la existencia de los conceptos que utilizaban requerían un proceso más allá de la deducción: la constructibilidad, por medio de la regla y el compás. La relevancia de esta metodología y esta aproximación se expresa, por ejemplo, en el hecho de que de los 10 axiomas contenidos en el libro los Elementos, Euclides derivó 467 proposiciones y Apolonio, en sus Secciones Cónicas, 487. Un éxito extraordinario de organización, presentación, manipulación del conocimiento.

A pesar de la recurrencia a un método heurístico o mecánico por Arquímedes, él no dejaba de pensar que había que ofrecer una demostración deductiva a sus resultados. Afirmaba con toda claridad en El método:

"Lo que hemos aducido no demuestra ciertamente ese resultado; sin embargo, da a la conclusión visos de verdad. Así pues, viendo que no es un resultado demostrado pero sospechando que la conclusión es verdadera, expondremos en su debido lugar la demostración geométrica que hemos hallado, y hemos publicado con anterioridad (Sobre la cuadratura de la parábola, prop. 14-17)". [Arquímedes: El Método, p. 43].

Si resumimos sistemáticamente la contribución de los griegos desde los jónicos hasta Diofanto, podemos señalar geometría sólida y plana, trigonometría plana y esférica, teoría de números, álgebra geométrica, introducción al simbolismo y al manejo algebraico. Sin embargo, probablemente la principal contribución de la civilización griega fue una definición o construcción de la naturaleza y los límites de las matemáticas.

De igual manera, los griegos establecieron una relación entre el mundo y las matemáticas, dentro de un espíritu de racionalización, que subrayó las matemáticas como verdades acerca del diseño de la realidad; las leyes del mundo se codificaban por medio de leyes matemáticas.

No obstante, es necesario recapitular algunas de las fronteras que tuvieron los griegos. La primera, la más evidente, fue la dificultad para manejar los números irracionales. Esto los llevó a un énfasis en la geometría cualitativa y, especialmente, los condujo a un débil desarrollo de la aritmética y el álgebra. Esta dificultad generó una separación entre geometría y aritmética, que se codificó con la distinción entre magnitud y número (establecida formalmente por Eudoxo). La ausencia de aritmética y álgebra y la potenciación de los métodos geométricos complicaron excesivamente las demostraciones de los resultados matemáticos de la Antigüedad. Hay un sesgo en las contribuciones griegas, que bien señala Russell:

"Los griegos aportaron algo que representa un valor más permanentemente para el pensamiento abstracto: descubrieron las matemáticas y el arte del razonamiento por deducción. La geometría, especialmente, es un invento griego, sin el cual la ciencia moderna hubiera sido imposible. Pero en relación con las matemáticas se evidencia la unilateralidad del genio griego. Razonó por inferencia de lo evidente en sí, no por inducción del hecho observado. Sus éxitos asombrosos en el empleo de este método indujeron a error, no solamente al mundo antiguo, sino también a la mayor parte de los modernos. Solo de modo muy lento, el método científico que trata de conseguir principios inductivamente por medio de la observación de hechos particulares ha sustituido la creencia helénica en la deducción de axiomas luminosos extraídos de la mente del filósofo". [Russell, Bertrand: Historia de la filosofía occidental, Tomo I, p. 59].

A esa extraordinaria restricción, se añadió otra, la reducción a dos figuras geométricas: la recta y el círculo, traducidas en la construcción por medio de regla y compás. La consecuencia fue la restricción a sólo cierto tipo de figuras geométricas, dejando por fuera una gran cantidad de ellas, que eran muy relevantes para el progreso del conocimiento matemático.

No están claras las razones por las cuales los griegos adoptaron este tipo de restricciones, tal vez porque la construcción por medio de regla y compás permitiría asegurar la existencia de los conceptos usados, o tal vez porque las rectas y los círculos son figuras primarias básicas y simples. En cualquier caso, la realidad es que estas limitaciones restringieron posibilidades de crecimiento cognoscitivo de esta gran civilización y dejaron, también, para la posteridad asuntos que la humanidad debió afrontar tras larga reflexión y la participación de muchos intelectuales.

ESCULTURA DE PTOLOMEO

Otra de las limitaciones de la civilización griega fue el manejo del infinito. Lo infinito, como decía Aristóteles, aparecía como imperfecto, y por lo tanto escapaba de las necesidades de fundamentación y rigor que se habían establecido los matemáticos griegos. Las dificultades con el manejo de lo infinitamente pequeño, que se encuentran presentes, por ejemplo, en las paradojas de Zenón, están conectadas también con la relación entre lo discreto y lo continuo.

Para Aristóteles, lo continuo no puede emerger o construirse a partir de lo discreto. Aquí converge, otra vez, la separación entre aritmética (de números) y geometría (magnitudes continuas). Un ejemplo de esta limitación se encuentra en los axiomas de los Elementos (Euclides), cuando la referencia a las rectas paralelas infinitas se formula de una forma que evade precisamente el infinito.

Se puede decir que el asunto de la continuidad y el infinito se escapaba y, aún más, entraba en contradicción con métodos geométricos y algebraicos desarrollados por los griegos antiguos. Zenón, Eudoxo, Arquímedes (y también otros asuntos presentes en la Lógica de Aristóteles) generaron tensión en el mundo matemático griego. Algo similar lograron los números irracionales que también estarían íntimamente asociados con el infinito y la continuidad.

Con este capítulo damos fin a una etapa decisiva en el desarrollo de las matemáticas y las ciencias que iniciamos con las matemáticas en los egipcios y mesopotámicos, griegos presocráticos, atenienses, y alejandrinos. Ahora vamos a hacer un corte para volver a retomar algunos elementos de otras civilizaciones.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

6.4 Biografías.-

THEODOSIUS DE BITINIA

Theodosius (Teodosio) de Bitinia nació alrededor del año 160 a. C. en Bitinia, Anatolia, Turquía. Por mucho tiempo se creyó que Theodosius había nacido en Trípolis, pero esto se debió a que fue confundido con otro autor en un escrito del siglo X.

Theodosius fue el autor de Sphaerics, un libro acerca de la geometría de la esfera, escrito con el fin de que en él se basara el estudio de la astronomía. Hay quienes piensan que el libro fue un adelanto del pensamiento Euclideano, o que fue un libro escrito muchos años antes por Eudoxo. En el libro, Theodosius define la esfera como una figura sólida con la propiedad de que cualquier punto en su superficie está a una distancia constante de un punto fijo en el centro de la esfera. De sus obras sobrevivieron dos obras escritas en griego, Habitaciones y Días y Noches.

Murió alrededor del año 90 a. C.

CLAUDIO PTOLOMEO

Ptolomeo nació alrededor del año 85 en Egipto. Su nombre es una mezcla de griego y romano, lo que indica que descendió de una familia griega de Egipto y que era ciudadano de Roma.

Fue uno de los astrónomos y geógrafos griegos más influyentes de la historia, y como prueba de esto se encuentra su teoría geocéntrica, la cual prevaleció por 1400 años. Durante el año 127 al 141, Ptolomeo hizo observaciones astronómicas en Alejandría en las que se ayudó por las realizadas por Theon. Se cree, que Theon pudo haber sido su maestro.

Los primeros trabajos de Ptolomeo fueron dedicados a Syrus, que pudo haber sido un maestro en Alejandría, aunque se desconoce de él. Mucho de su conocimiento se debe a las grandes bibliotecas en donde había encontrado material de referencia sumamente valioso.

Su trabajo más importante es el Almagest, un tratado de trece libros en el que se expresan los movimientos del Sol, la Luna y los planetas; el título original en griego fue La Recopilación Matemática, al traducirse en árabe se llamó Al-Majisti y su última transición al latín fue Almagest. Lo más importante es que fue utilizado por más de un siglo, hasta que surgió la Teoría Heliocéntrica de Copérnico.

Murió alrededor del año 165 en Alejandría, Egipto.

Eratosthenes nació en el año 276 a. C. en Cyrene (ahora Libya), en África del Norte. Algunos de sus principales maestros fueron Lysanias de Cyrene, el filósofo Aristón de Chios y del poeta griego Callimachus, quien también había nacido en Cyrene.

Aproximadamente, hacia el año 240 a. C. se volvió el tercer bibliotecario de Alejandría, en Egipto, en donde erigió una columna con un epigrama en el que inscribió su propia solución al problema de doblar el cubo. Hizo una medida notablemente exacta de la circunferencia de la Tierra, la cual era sólo un 15% más grande, además es conocido por su aporte a la geografía.

Después de quedar ciego en su vejez, muere a causa de inanición voluntaria en el año 194 a. C.

ERATOSTHENES DE CYRENE

ARISTARCO DE SAMOS

Aristarco de Samos nació alrededor del año 310 a. C. en Grecia. Es muy poco lo que se conoce de él, debido a que su trabajo se consideró de poco interés para las matemáticas; a pesar de esto, los mismo griegos lo conocieron como “Aristarco el matemático”, y otros lo reconocerían como el precursor de Copérnico, debido a sus estudios astronómicos.

Fue alumno de Strato de Lampsacus, quien había sido director del Liceo de Aristóteles. En 287 a. C. Strato se convirtió en el nuevo director del Liceo en Alejandría y es posible que fuese ahí donde Aristarco inició sus estudios al lado de Strato. Fue uno de los primeros en afirmar que la Tierra giraba alrededor del Sol. Lastimosamente ninguno de sus trabajos sobrevivió y lo que se conoce de él es gracias a escritos de otros matemáticos.

Murió alrededor del año 230 a. C. en Grecia.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

6.5 Síntesis, análisis, investigación.-

1. ¿Cuáles eran las principales características del modelo cosmológico propuesto por Eudoxo? Explique.
2. ¿Cuántas esferas añade Aristóteles a la teoría de Eudoxo? Explique si hay una diferencia de visión cosmológica entre Eudoxo y Aristóteles.
3. ¿Qué es eso de la separación de planos cosmológicos?
4. Mencione la principal tesis cosmológica de Aristarco.
5. Explique qué es un epiciclo y qué una excéntrica.
6. ¿Cuál era la relación entre el sistema ptolemaico y la geometría?
7. Lea con cuidado los siguientes textos que aportan información sobre los sistemas cosmológicos y astronómicos de Eudoxo, Aristóteles y Platón:

   "De ahí que en la escuela de Eudoxo en Cícico, otros autores como Polemarco y Calipo continuaran trabajando en pos de un mayor ajuste de la teoría. Fruto de esto será el aumento del número de esferas que éste último llevará a cabo a fin de explicar mejor el movimiento de algunos cuerpos. En concreto añadirá dos más a cada una de las tres esferas del Sol y de la Luna y una a las cuatro de Marte, de Venus y de Mercurio. Se pasa así de veintisiete a treinta y cuatro esferas". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 44].

   "Al igual que en Platón, el cosmos de Aristóteles es un conjunto heterogéneo de regiones jerarquizadas que van desde un máximo de perfección en la periferia a un mínimo en el centro. Arriba contemplamos los etéreos seres celestes, imperecederos, inalterables, sujetos exclusivamente al movimiento perfecto, el circular. Abajo vemos y tocamos los seres terrestres que nacen y mueren, sufren alteraciones, modifican sus tamaños, abandonan sus lugares naturales. Pero todo ello forma parte del orden cósmico que nunca está amenazado: en el Cielo porque nada se desordena, en la Tierra porque los cuerpos tienden espontáneamente a recuperar la ordenación perdida. En este confortable mundo no cabe concebir un tipo de evolución futura que pudiera conducir a su destrucción". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 58].

   Explique las razones por las que se requiere añadir nuevas esferas en estos modelos de explicación del movimiento de los astros. Comente las diferencias entre Platón y Aristóteles en sus visiones cosmológicas y cómo se relacionan estas visiones con la percepción que usted tiene del cosmos.

8. Con ayuda del siguiente texto y el desarrollo del tema que se hace en este capítulo, explique la teoría cosmológica que poseía Aristarco.

   "Discípulo primero del Liceo aristotélico en Atenas (regentado en aquel entonces por Estratón de Lampsaco), desarrolló su trabajo como astrónomo en Alejandría. Su universo sí es heliocéntrico en el pleno sentido del término: el centro de la esfera de las estrellas está ocupado por un Sol inmóvil en torno al cual giran todos los demás cuerpos, incluida la Tierra (a excepción de la Luna). Por su parte, la Tierra tiene un doble movimiento: diurno o de rotación y zodiacal o de traslación. No son las estrellas las que cada casi veinticuatro horas giran hacia el oeste, sino la Tierra la que lo hace hacia el este. Además se desplaza, también hacia el este, sobre el fondo de las estrellas zodiacales, siendo ella la que recorre el camino por el que aparentemente avanza el Sol. La inclinación del eje terrestre sobre el plano de la eclíptica permite explicar las estaciones". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 87].

9. Explique la diferencia entre la visión cosmológica de Aristarco y la de los Pitagóricos. Utilice el siguiente texto.

   "El centro lo ocuparía la Tierra o, en una versión muy extendida debida a Filolao (siglo V a.C.), un fuego central inmóvil en torno al cual giraría todo lo demás incluida la Tierra (como curiosidad cabe señalar que entre la Tierra y el fuego central, Filolao situó una Anti-Tierra a fin de proteger a aquella de los rayos directos de éste) (figura 1.8). Asimismo fue iniciativa de estos filósofos la descomposición del complejo movimiento observable del Sol en dos movimientos simples, el diurno y el anual (y probablemente también la del movimiento de la Luna y los planetas)". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 32].

10. Explique las teorías sobre el Sol de Hiparco y Ptolomeo. Use la siguiente cita.

    "La teoría astronómica de Ptolomeo parte de los sistemas de círculos ya empleados por Apolonio, Hiparco y otros astronómicos desconocidos que habrían efectuado pequeños progresos en el largo período que separa a Ptolomeo de este último (unos doscientos sesenta años). De hecho su teoría del Sol es idéntica a la de su predecesor: equivalencia entre la hipótesis de una excéntrica fija y la hipótesis de un epiciclo retrógrado junto con un deferente concéntrico a la Tierra para explicar la anomalía zodiacal de este astro. La única diferencia reside en que, mientras Hiparco prefiere una descripción concéntrica a la Tierra que evite desplazar a ésta del centro, Ptolomeo se decanta a favor de la excéntrica por ser más simple (precisa un solo movimiento en vez de dos). Pero el tema de la elección entre hipótesis equivalentes desborda el marco de la astronomía para adentrarse en el de la física". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 72.].

11. Lea cuidadosamente el siguiente texto.

    "... así como sus propias innovaciones, Ptolomeo le dio el nombre de Gran Composición Matemática de la Astronomía. La primera edición que llegó a occidente fue en versión árabe bajo el título de Al Majesti ('El más Grande'); de ahí el modo como es conocida normalmente, Almagesto. Está dividida en trece libros y capítulos, en los que se incluye el tratamiento del movimiento del Sol (Libro I), de la Luna (Libro IV) y de los planetas (Libros IX-XIII), un catálogo de más de mil estrellas que mejora el de Hiparco (Libros VII y VIII), la descripción del astrolabio, instrumento que permite determinar las coordenadas celestes (Libro V), un estudio de la distancia que separa la Luna y el Sol del centro de la Tierra (Libro V), y también diversas consideraciones de carácter físico y geográfico referidas a la forma del universo, a la de la Tierra, a su inmovilidad, a la concepción de la gravedad y a cuanto tiene que ver con la idea de 'lugar habitado' ". [Rioja, Ana y Ordóñez, Javier: Teorías del universo. Volumen I. De los pitagóricos a Galileo, p. 72].

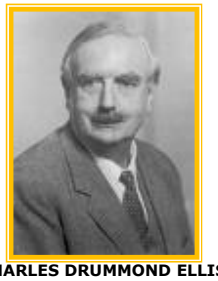
    ¿A qué se refiere la expresión "... así como sus propias innovaciones"? Describa en sus palabras los temas de que tratan los libros I, IV, V, VII, VIII, IX-XIII del Almagesto. Explique en su opinión, ¿cuál es la relevancia científica de este libro?

Continuará en el próximo número…

FÍSICOS NOTABLES

Charles Drummond Ellis

Nació el 11 de agosto de 1895 en Hampstead, y murió el 10 de enero de 1980 en Cookham, ambas localidades en Inglaterra.



CHARLES DRUMMOND ELLIS
(1895-1980)

Fuente:

- **Wikipedia.**

Consulta: Enero 1, 2012.

Sir Charles Drummond Ellis. Británico. Fue un físico y administrador científico. Su trabajo sobre el espectro magnético de los rayos beta, ayudó a desarrollar una mejor comprensión de la estructura nuclear.

Educación y encarcelamiento.-

Ellis fue hijo de Abraham Charles Ellis, gerente general del Ferrocarril Metropolitano, e Isabelle Flockart Carswell. Ganó una beca para estudiar en la Escuela Harrow, donde sobresalió tanto académicamente como en los deportes. En 1913, ingresó como cadete de la Real Academia Militar, para prepararse en una carrera como Ingeniero Real.

Él estaba de vacaciones en Alemania en el verano siguiente, cuando estalló la Primera Guerra Mundial . Todos los ciudadanos británicos fueron detenidos y enviados como prisioneros de guerra a Ruhleben, campamento a las afueras de Berlín. El campamento había sido una pista para carreras de caballos. Durante el encierro de los detenidos había un alto grado de libertad. Ellos tenían acceso a libros, y Ellis hizo buen uso de su tiempo para estudiar. Otro detenido en el campo fue James Chadwick , quien años más tarde recibiría el Premio Nobel por su trabajo en el descubrimiento del neutrón. Chadwick inspiró Ellis y juntos construyeron un laboratorio en uno de los establos, y en este laboratorio se llevaron a cabo experimentos científicos sobre el proceso de la fotoquímica.

Carrera después de la guerra.-

Después de la guerra Ellis decidió abandonar la carrera militar. Ingresó al Colegio Trinity de Cambridge, donde estudió ciencias naturales. Después de graduarse en 1920 se comprometió en un trabajo como investigador en el Laboratorio Cavendish, en Cambridge, donde el director, Sir Ernest Rutherford, había incorporado previamente a Chadwick. Aunque Rutherford y Chadwick trabajaron sobre radiactividad alfa y partículas alfa en experimentos sobre desintegración nuclear, Ellis estudió radiaciones beta y gamma. Se convirtió en una autoridad sobre el tema, publicando numerosos artículos en revistas científicas.

En 1921, Ellis se convirtió en un Compañero (Miembro) del Colegio Trinity y fue nombrado Profesor Asistente en ciencias naturales. En 1925 se casó con Paula Warzcewska, la hija de un rico constructor polaco. Aunque no tuvo hijos con Paula (conocida como Polly en Inglaterra), tenía una hija de un matrimonio anterior. En 1929 fue elegido Compañero de la Real Sociedad .

En 1930 Rutherford, Chadwick y Ellis publicaron juntos una monografía clásica: *Radiaciones y sustancias radioactivas.*

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

El descubrimiento del neutrino.-

Durante la década de 1930, Ellis trabajó con N. F. Mott en las relaciones de energía en la desintegración beta. Mott dijo más tarde que Ellis había "prácticamente descubierto el neutrino". Trabajó con W. J. Henderson en la distribución de energía de positrones de radiactividad artificial. En 1936, un año después de la designación de Chadwick para una cátedra en Liverpool, Ellis fue nombrado para la cátedra Wheatstone de física en lel Colegio Kings de Londres, como sucesor de Edward Victor Appleton, que decidió dedicarse a profesor de ciencias naturales en Cambridge. Ellis continuó su investigación a la par de sus nuevos compromisos de enseñanza y administración.

En 1940, Ellis se convirtió en miembro del MAUD, organización dedicada a investigar la posibilidad de utilizar la fisión nuclear para desarrollar armas nuevas. Se convirtió en asesor científico del Consejo Militar de 1943 a 1946, sirviendo en varios comités de alto nivel. Fue nombrado caballero en 1946 por su servicio de guerra.

Una carrera más.-

Después de la Segunda Guerra Mundial, Ellis ocupó diversos cargos que no estaban relacionados con las armas nucleares. Fue director de la Corporación Financiera para la Industria, estuvo a cargo de la investigación y desarrollo de la Junta Nacional del Carbón. Fue presidente de la Asociación de Investigación sobre la Utilización dl carbón Británico desde 1946 a 1955 y miembro del Consejo Asesor del Ministerio de Combustible y Energía Eléctrica desde 1947 hasta 1955. Se convirtió en asesor científico de la compañía Tabaco Británico Americano (BAT por sus siglas en inglés) en un momento en que se asociaba el tabaquismo con el padecimiento de diversas enfermedades. Él se retiró del Consejo del Gas en 1966 y del BAT en 1972.

Años finales.-

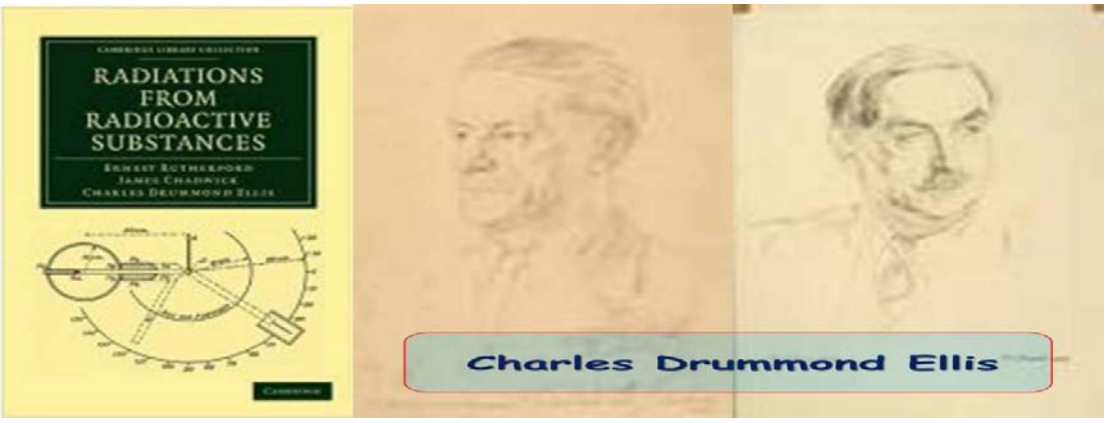
Durante la última década de su vida, su salud estuvo sumamente delicada. En 1980, tras una corta enfermedad, murió en un asilo de ancianos de Cookham, distrito donde había vivido casi treinta años después de la muerte de su esposa Paula en 1966.

Según sus compañeros de la Real Sociedad, Hutchison, Gray y Massey, el hecho de vivir en este pequeño y modesto hogar, lo llevó a tomar la decisión de destruir sus registros personales, artículos y cartas. Además pidió que no se le prestaran servicios funerarios al momento de su muerte. Esta petición parece obedecer al hecho de no tener parientes que le sobrevivieran. Esto se corresponde con el hecho de que a pesar de ser una persona que tenía acceso a muchos círculos sociales, en sus últimos años era muy reservado y carecía de amigos personales con los cuales mantuviera una estrecha relación.

Hutchison, Gray y Massey también señalan que su larga vida y carrera fueron marcadas por cambios imprevistos de fortuna y dirección, y la dolorosa desilusión, cuando posteriormente, quedó fuera de la esfera académica a la que había consagrado toda su habilidad durante más de nueve años. Además agregan: “Nosotros quedamos en deuda con uno de los pocos sobrevivientes contemporáneos de nuestros años de inicio y con colegas suyos en las varias fases de estos últimos años, por la inestimable ayuda en la provisión de información sin la cual nuestros conocimientos estarían incompletos”.

Referencias.-

- Oxford Dictionary of National Biography; OUP 2004-7.
- The Ruhleben Story (La historia de Ruhleben).
- Sir Keneth Hutchison, FRS J. A. Gray, y Sir Harrie Massey. “***Charles Drummond Ellis***. 11 August 1895 – 10 January 1980. Elected F. R. S. 1929”.



Imágenes obtenidas de:

Google

Historia

La enseñanza de la Matemática

(Parte I)

Por: **J. J. O' Connor – E. F. Robertson**
(Versión en español)

Fuente:
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Education/introduction.html
Consulta, registro y archivo: Octubre 2, 2003

Introducción.-

En los últimos 2500 años la historia de educación matemática ha visto grandes cambios, no sólo en lo que se enseña, sino también en la manera como se enseña. Ha variado enormemente el valor dado a la Matemática y su posición en la Educación. Las actuales opiniones de las sociedades públicas y académicas sobre una educación con predominio de la matemática o de la ciencia, es totalmente diferente a lo que hasta ahora se había sostenido.

Hay numerosas preguntas que vienen inmediatamente a la mente. ¿Qué temas se han enseñado en Matemática, y hasta qué punto? ¿Cuáles son las razones para los cambios que han tenido lugar? A menudo estos cambios ponen goznes en las opiniones sostenidas por el público y en el respeto que ellos tienen para profesiones que dependen fuertemente del conocimiento matemático. ¿Cómo se ha enseñado la Matemática? ¿Los métodos de hoy son muy diferentes a los utilizados tiempos atrás?

La educación matemática se ha dividido en diferentes periodos y es posible observar cómo se desarrolló en diferentes países. Es posible leer algunos artículos de naturaleza general, algunos tratan problemas o eventos más específicos. Aunque los artículos tienen principalmente origen británico, se puede discutir otros sistemas de educación que directamente influyeron en la educación británica. La serie que a partir de este número de la revista comenzará a publicarse, incluirá artículos más extensos que tratarán sobre la educación en diferentes países y en diferentes periodos de la historia.

Infinito: ¿un dedo que apunta hacia Dios?

Autor: **Lic. Eduardo Joudzbalis**
Egresado FACE-UC

El gran matemático alemán David Hilbert, declaró una vez: *No hay un lugar real donde se pueda hallar el infinito. La naturaleza tampoco provee bases legítimas para considerar el asunto racionalmente. El rol que continua para el infinito es seguir existiendo exclusivamente como una idea.* [i]

La noción de algo infinito ha sido una especie de imán para las especulaciones y la expresión artística. Ya lo plasmaría Borges[ii]en *El Aleph* como un punto de luz que contiene todos los puntos, un espacio donde caben todos los espacios, un momento donde están presentes todos los momentos, aun a pesar de ser pequeño es también infinito[iii].

Sin embargo, donde terminan los hechos comienzan las especulaciones, y es en la frontera entre ambos límites donde encontramos la brecha para la argumentación. Los argumentos son razonamientos en los cuales a partir de una serie de enunciados afirmativos o negativos (premisas) se deriva una conclusión[iv]. Aún así no basta que los argumentos tengan una buena construcción lógica, solo se pueden tomar como "pruebas" fehacientes de algo si el *contenido* de las premisas *es verdadero.* [v]

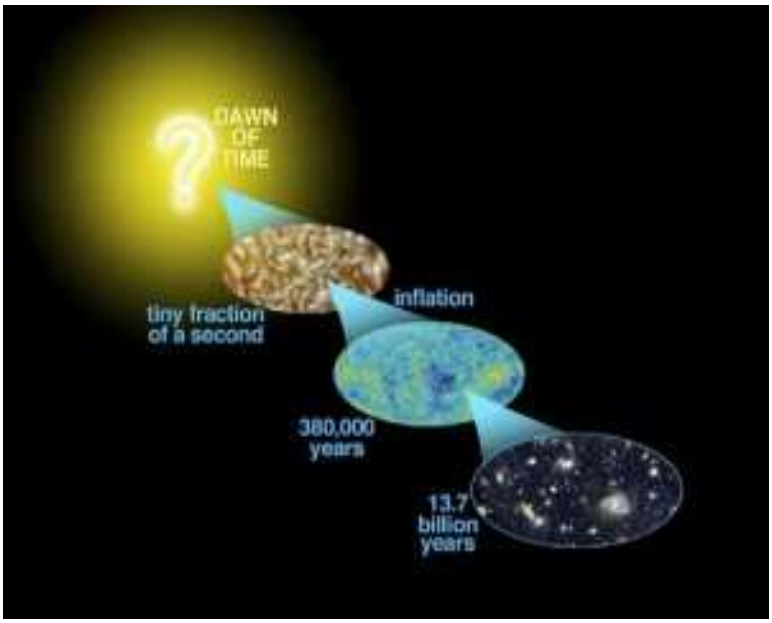
Si la afirmación de Hilbert es cierta, entonces ¿existe realmente algo infinito? Tomando lo más grande que conocemos: el Universo… ¿podríamos afirmar que es infinito en todo aspecto imaginable? ¿Qué de su origen? ¿Siempre ha estado allí?

¿TIENE EL UNIVERSO UN PASADO INFINITO?

La conclusión más evidente basada en las observaciones astronómicas acumuladas en el último siglo mediante telescopios e ingenios espaciales, es que el Universo se expande continuamente desde su origen en un pasado remoto. En esencia, esto es lo que plantea el modelo de la "Gran Explosión" (Big Bang)[vi]

Si el modelo de la Gran Explosión es correcto, entonces:

1. La expansión del universo es cierta, no la Ekpyrosis [vii]. Por lo tanto no hay razón para debatir si el Universo se ha reciclado. Vivimos en un tiempo finito; el único tiempo del único universo que ha existido.
2. Este universo es la única paja en el trigo; no hay otros Universos con distintas constantes físicas, de masa, sitios para la vida, entre otros
3. Los modelos cuánticos del Universo se quedarían aún sobre la mesa. [viii].



Pero ¿por qué razón una cadena de sucesos realmente infinita no es lógicamente posible? Como ejemplo inicial digamos que alguien dice algo como "comenzaré a leer este artículo después de una cantidad infinita de tiempo" o "llegaré del trabajo al terminar una cantidad infinita de diligencias". Obviamente, en ambos casos, no sucederán ni una cosa ni la otra: comenzar a leer el artículo o llegar del trabajo jamás tendrá lugar. Otra prueba de lo anterior es la imposibilidad de realizar ciertas operaciones con el "infinito" dada su inexistencia ontológica como veremos a continuación.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

OPERANDO CON EL INFINITO. [ix]

Vamos a utilizar un ejemplo con canicas[x]. Imagine que tengo un número infinito de canicas y quiero darle algunas. Piense que quiero darle un número infinito de ellas. Una manera de poder hacerlo sería darle todas las canicas, en ese caso, me quedarían cero canicas. Sin embargo, otra forma de hacerlo sería darle todas las canicas con número impar. Entonces todavía tendría un número infinito de canicas para mí, y usted tendría también un número infinito. Tendría tantas como yo, y en realidad ¡cada uno de nosotros tendría las mismas que yo tenía antes de dividirlas en pares e impares! Otra forma sería darle todas las canicas del número cuatro en adelante, entonces yo solo tendría tres ellas. Lo que estas ilustraciones demuestran es como la noción de un verdadero número infinito de cosas lleva a resultados contradictorios.

En el primer caso, en el que di todas las canicas, infinito menos infinito es igual a cero; en el segundo caso, en el que di todas las canicas impares, infinito menos infinito es igual a infinito; y en el tercer caso, en el que di todas las canicas del número cuatro en adelante, infinito menos infinito es tres. En cada caso sustrajimos el número idéntico del número idéntico, pero obtuvimos resultados no idénticos. Por esa razón a los matemáticos no se les permite hacer restas ni divisiones en aritmética trans-infinita, ya que esto llevaría a contradicciones. La idea de un infinito real es solo conceptual; existe solo en nuestras mentes.

EL ARGUMENTO COSMOLÓGICO PARA LA EXISTENCIA DE DIOS.

No puede haber un regreso infinito de las causas que originaron el Universo. Es decir, uno no puede seguir explicando cómo una cosa causa otra, la que a su vez causa otra y continuar con lo mismo. En realidad, eso es posponer indefinidamente la explicación. Además, si hablamos de por qué existen cosas en el presente, no importa cuántas causas pueda uno alinear como explicación puesto que a su debido momento, habrá una causa que origine su propia existencia, lo que es simultáneamente efecto de esa causa. Eso carece de sentido. Por lo tanto, ningún regreso infinito puede explicar por qué estamos aquí hoy[xi].

La idea de un Universo con un pasado finito no es nueva. El planteamiento de que han existido una serie de eventos numerables desde el origen del cosmos hasta el momento presente, es el pilar fundamental del llamado “argumento cosmológico para la existencia de Dios. [xii]”.

Este argumento tiene sus raíces en Platón y Aristóteles y fue desarrollado por pensadores medievales islámicos, judíos y cristianos. Este ha sido defendido grandes mentes como Platón, Aristóteles, ibn Sïna, al –Ghäzalï, ibn Rushd, Maimonides, Anselo, Aquino, Scotus, Descartes, Spinoza, Berkeley, Locke y Leibniz[xiii].

El argumento cosmológico[xiv] es el siguiente:

1. Todo lo que comienza a existir, tiene causa.
2. El universo comenzó a existir.
3. El universo tiene una causa.

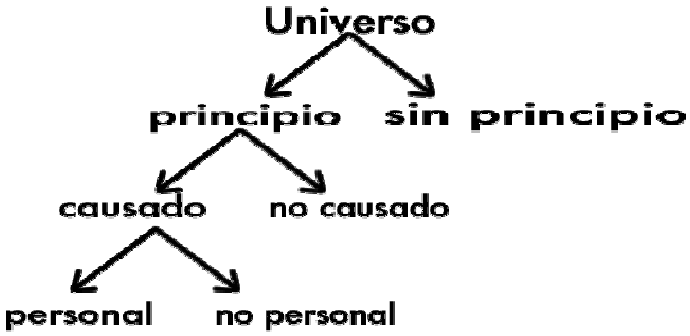
En la relación a la primera premisa sabemos por experiencia que “algo” no puede provenir de “nada” y, a pesar de que los físicos muestran ejemplos de cosas que vienen de la nada, el vacío cuántico no es propiamente *nada*, más bien podría comparársele con un mar de energía fluctuante.

La segunda premisa viene confirmada por la imposibilidad de un infinito real y avalada por los resultados que han originado la teoría del Big Bang. Todo parece apuntar hacia la veracidad de la conclusión: el universo tiene una causa. El argumento no nos dice la “naturaleza” de esta causa, no obstante, apunta hacia alguien atemporal, inmaterial, poderoso y personal.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Estas características no son gratuitas: En vista de que el Universo comenzó a existir, también lo hicieron el tiempo, el espacio y la materia. Por esa razón la causa del Universo debe excluir toda composición material y, en consecuencia, existir fuera del espacio-tiempo. Tales características dejan pocas opciones para identificar la causa: seres abstractos como los números o una Mente. Pero los números, por ejemplo, no pueden originar cosa alguna porque son abstractos (así como cualquier otra entidad dentro de la misma categoría). Pareciera que una Mente Infinita[xv] sin cuerpo (Dios) dotada de voluntad y poder, sería la explicación más plausible como causa del Universo.



Finalmente, es responsabilidad del lector profundizar sobre la veracidad de las premisas y reflexionar en torno las implicaciones de la conclusión. En la primera premisa debe tener en cuenta los grandes obstáculos que presentan otros modelos cosmológicos distintos al del Big Bang (que demanda un Universo con "principio"), haciendo de su refutación una campaña extremadamente complicada.

Notas.

[i] Traducción libre de *"On the Infinite"*, en *Philosophy of Mathematics*. Englewood Vliiffs, N.J.: Prentice-Hall, 1964. Pág 241

[ii] Borges llegó a decir: *Hay un concepto que es el corruptor y el desatinador de los otros. No hablo del Mal cuyo limitado imperio es la ética: hablo del infinito.*

[iii] Rafael Victorino Muñoz *Borges: infinita presencia de lo infinito*. En línea http://www.letralia.com/183/ensayo05.htm 19-08-2012

[iv] David Galcerà *¿Hay alguien allí?* Colección Pensamiento Cristiano Editorial CLIE España (2006) pág 17

[v] Veamos este ejemplo

Si Shakespeare es un gran futbolista, entonces es reconocido mundialmente.
Shakespeare no es un gran futbolista
Shakespeare no es conocido mundialmente.

También sería un error derivar una conclusión de dos premisas negativas. Si decimos que

Ningún alumno del salón es venezolano (N)
Luis no es alumno de este salón (N)

No podemos asegurar si Luis es o no venezolano.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

[vi] Nelson Falcón. *El eco de Dios: radiación Cósmica de Fondo y el Origen del Universo.* Artículo de Ab initio: Orígenes de la vida y del Universo. Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología Universidad de Carabobo Valencia 2007, pág. 32.

[vii] Para los estoicos todas las cosas son parte de un "fuego racional" (pnuema ígneo). Esa única sustancia se dirige hacia un fin que nadie puede alterar; el mundo nace con este fuego y se disuelve con él cuando termina un ciclo cósmico y comienza el otro. Esta teoría se denomina eterno retorno. En cosmología, el Modelo Ekpiróctico, se halla dentro de los modelos cíclicos del Universo.

Para más información Ver Salvador Dellutri *La aventura del Pensamiento* FLET Miami 2002 pág 76-77.

[viii] Traducción libre del artículo de James Daniel Sinclair *At home in the Multiverse?* En el libro Contending with Christianity's Critics. B&H Publishing Group 2009, pág. 20.

[ix] Para más información ver Lee Strobel, *El Caso del Creador*. Editorial Vida Miami 2005, pág. 113-150.

[x] Léase "metras" en la República Bolivariana de Venezuela

[xi] Norman Geisler *Apologética* Editorial FLET 1997 pág 21-22

[xii] En este artículo entendemos por "Dios" al Dios judeocristiano: Inmaterial, Eterno (no causado), Personal y Omnipotente.

[xiii] Traducción libre de: William Lane Craig *Reasonable Faith* Crossway 2008 pág 96

[xiv] Conocido como el "argumento cosmológico kalam". Tomado de William Lane Craig, *On guard.* David Cook 2010, pág. 102-104

[xv] Tomando "Infinito" en este caso en sentido "cualitativo" no "cuantitativo".

Historia: ¿Por qué vivimos en familia?

Especiales

Tomado de: Notitarde.com 28-12-2011.

El ser humano se desarrolla en estructuras familiares diferentes a las de sus parientes más cercanos, los otros grandes simios. Los investigadores Wataru Nakahashi y Shiro Horiuchi, del Instituto Meijí para el Estudio Avanzado de las Ciencias Matemáticas en Tamaku, Japón, han buscado identificar qué impulsó la evolución del comportamiento familiar humano.

Ante la ausencia general de fósiles y artefactos de los primeros humanos que podrían explicar por qué los humanos vivieron como lo hicieron, se utilizaron modelos matemáticos que pudieran predecir o explicar las estrategias de apareamiento y agrupación que podrían emerger entre ciertos grupos de primates que enfrentan ciertas condiciones. Para ello los investigadores consideraron variables como las estrategias de los machos y las hembras, tamaños de los grupos, tasas de reproducción y promedios de promiscuidad.

Todos los animales tienen una herencia biológica; un padre biológico si se reproducen de forma asexual y dos si lo hacen de forma sexual, y por lo general hermanos con los que están relacionados genéticamente.

Sin embargo, la mayoría de los animales no viven con sus padres o hermanos. Con frecuencia, los animales que salen de huevos nunca conocen a sus padres y otros muchos que son criados por sus madres no conocen a sus padres. Un número menor son criados por sus padres biológicos en compañía de sus hermanos.

La mayoría de los animales, o viven solos o pasan sus días con hermanastros, tíos, primos, o en un manada o rebaño de extraños. Entre los humanos, aunque existen muchas clases de familia, por lo general se opta por grupos familiares con un núcleo familiar pequeño.

Muchos primates modernos han seguido un camino particular. Por ejemplo, en especies como los babuinos, los machos tienen colmillos grandes y compiten entre sí, creando con frecuencia coaliciones para derrotar a los rivales. Esos machos pueden matar bebés que no son suyos para que las hembras estén más dispuestas aparearse con ellos. En estas sociedades, las hembras pueden desarrollar un comportamiento promiscuo para sembrar la duda sobre la identidad de sus crías y prevenir semejantes ataques.

Los humanos y otras especies de primates han tomado un camino diferente. Los humanos forman generalmente grupos con machos y hembras múltiples. Dentro de éstos, grupos más pequeños tienden a basarse únicamente en relaciones sexuales exclusivas a largo plazo, por lo general entre un hombre y una mujer (madre y padre), y cada uno de ellos tiene prohibido mantener relaciones sexuales fuera de ese núcleo familiar. Una vez que se han establecido estos lazos, los machos no tienden a competir entre ellos y las mujeres no tienden a ser promiscuas.

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

Por supuesto hay aventuras amorosas, peleas y familias se rompen. Pero en general, los humanos hemos evolucionado hacía un sistema bastante estable y consistente de unidades familiares en los cuales sobrevivimos y criamos a nuestros hijos.

Los fósiles sugieren que los humanos desarrollamos nuestro propio sistema familiar hace mucho tiempo, con los primeros homínidos, y la evidencia está en el descubrimiento de grupos familiares de Australopithecines, por ejemplo. Pero, si bien sabemos más o menos cuando sucedió, lo que no sabemos es por qué.

Para su investigación, los profesores Nakahashi y Horiuchi empezaron tomando en cuenta los sistemas de apareamiento de diferentes especies de simios.

Los gibones forman grupos de un solo macho con una sola hembra y sus crías, y cada pareja monopoliza parte del territorio. Los orangutanes viven solos, con los machos apareándose con varias hembras que rondan su territorio. Los chimpancés forman grupos promiscuos en los que participan machos y hembras, y los gorilas viven en grupos cohesivos que generalmente incluyen un macho y varias hembras.

A partir de ahí, Nakahashi y Horiuchi moldearon de forma matemática las condiciones requeridas para que cada sistema pudiera emerger. Concluyeron que es más probable que el sistema familiar humano haya evolucionado de un tipo de sistema similar al de los gorilas que de un tipo de sistema de los chimpancés.

El escenario más plausible y que mejor encaja con las evidencias fósiles sería el siguiente:

El último antepasado común de humanos, gorilas y chimpancés tenía un cuerpo similar en tamaño al de los gorilas actuales. Ese antepasado también tenía un sistema de apareamiento similar al de los gorilas.

Cuando el clima en África empezó a hacerse más seco, estos simios, que eran los antepasados de los gorilas modernos, mantuvieron su tamaño comiendo grandes cantidades de plantas fibrosas. Y porque eran grandes no fueron perseguidos tanto por grandes felinos. Eso les permitió a los gorilas mantener sus estructuras de grupo y sistemas de apareamiento.

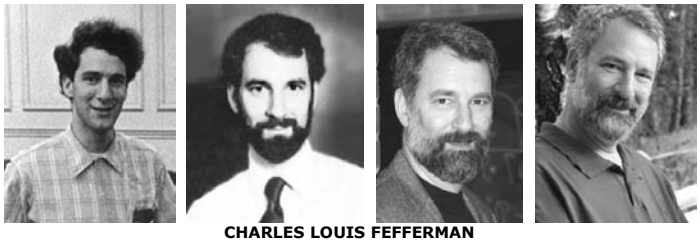
En cambio, los antepasados de los chimpancés y los humanos desarrollaron cuerpos más pequeños al tiempo que el clima se secaba. Eso hizo que fueran más vulnerables frente a los predadores. Para compensar esto y protegerse empezaron a formar grupos con varios machos.

No obstante, es aquí donde los humanos y los chimpancés se separaron.

Los modelos matemáticos muestran que ambos modelos, el de las familias humanas y el de chimpancés, son de estrategias estables, y que pequeños cambios podrían haber forzado a los humanos a tender a formar unidades de núcleos familiares pequeños y a los chimpancés grandes unidades promiscuas. No está claro qué cambios fueron éstos, pero podrían haber sido ambientales.

En los humanos, el sistema familiar le permite a grupos intercambiar machos y hembras, y obtener nuevas parejas de apareamiento sin tener que competir de forma agresiva por ellas. Tal cooperación podría ser el pilar de la sociedad humana, que se diferencia dramáticamente de la de otros primates.

GALERÍA



CHARLES LOUIS FEFFERMAN

Nació el 18 de abril de 1949 en Washington, D.C., E. E. U. U.

Campo de Investigación:

Análisis multidimensional, Operadores, Convergencia y divergencia de Integrales singulares, Espacios de Hardy, Análisis de Fourier, Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Matemático. Niño prodigio, se dice que dominaba el cálculo antes de cumplir los 12 años. Escribió su primer escrito científico con 15 años, en Alemania. Dos años después recibiría su licenciatura en física y matemáticas en la Universidad de Maryland. Se graduó con honores con solo 17 años. En 1969, con 20 años, se doctoró en Princeton bajo la tutoría de Elías Stein, elaborando una tesis titulada *Desigualdades en los Operadores de Convolución Fuertemente Regulares.* Contando tan sólo con 22 años se convierte en profesor de la Universidad de Chicago. A los 24 años vuelve a Princeton como profesor. Ha recibido diversos premios a lo largo de su carrera destacando el Premio Alan T. Waterman en 1976 y la medalla Fields en 1978 junto con Deligne, Margulis y Quillen, por sus trabajos en análisis matemático. Con sus trabajos ha contribuido al desarrollo de campos importantes en la Matemática, como el análisis multidimensional complejo. Se le concedió también el Premio Bergman en el año 1992. Es miembro de la Academia Nacional de Ciencias de Estados Unidos desde 1979. Trabaja actualmente en la Universidad de Princeton.

Fuentes:

- **Wikipedia.**
- **http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/References/Fefferman.html**
  Versión del Artículo de: *J. J. O'Connor* y *E. F. Robertson* sobre Charles Louis Fefferman.

Consulta: Diciembre 31, 2011.
Fotografías hechas por Paul Halmos.

Charles Fefferman fue un niño prodigio. Se dice que había dominado el cálculo antes de la edad de doce años. Fefferman ingresó en la Universidad de Maryland cuando era muy joven y en 1966, a la edad de 17 años, se graduó con la más alta distinción.

Después de graduarse, Fefferman realizó estudios de postgrado en la Universidad de Princeton bajo la tutoría de Elías Stein. Obtuvo su doctorado en 1969 con una tesis titulada *Desigualdades para los operadores de convolución fuertemente regulares.* Dio conferencias en Princeton en los años 1969 y 1970. Se trasladó a la Universidad de Chicago en 1970 y, un año más tarde, en 1971, fue promovido a Profesor Tiempo Completo, lo que le valió la distinción de ser el más joven profesor a tiempo completo designado en todo los Estados Unidos.

En 1973 Fefferman regresó a Princeton y, en 1984, fue nombrado *Profesor Herbert Jones* en Princeton.

En 1976 fue galardonado con el Premio Alan T. Waterman, siendo el primer matemático en recibir este premio.

Fefferman contribuyó con una serie de innovaciones al revisar el estudio del análisis complejo multidimensional mediante la búsqueda de generalizaciones correctas de los clásicos resultados de baja dimensión. El trabajo de Fefferman sobre ecuaciones en derivadas parciales, análisis de Fourier, en particular convergencia, multiplicadores, divergencia, integrales singulares y espacios de Hardy, le valió la medalla Fields en el Congreso Internacional de Matemáticos en Helsinki de 1978.

En 1979 Fefferman describió la forma en la que a él le gusta trabajar:

Me gusta acostarme en el sofá durante horas relajándome al pensar intensamente sobre las formas, las relaciones y el cambio, rara vez acerca de los números como tales. Yo exploro una idea tras otra en mi mente, descartando la mayoría. Cuando un concepto, finalmente parece ser prometedor, estoy listo para trabajarla sobre papel. Pero primero me levanto y cambio el pañal del bebé. ... Las nuevas ideas no son fáciles de encontrar. Si tienes la suerte de estar trabajando en una idea que en realidad es la correcta, puede tomar mucho tiempo antes de saber que está bien. Por el contrario, si usted va por un callejón sin salida, posiblemente le pueda tomar un largo tiempo antes de encontrar la respuesta. Usted puede terminar diciendo "Uff, he estado trabajando durante años en algo malo". Un buen matemático debe tener el coraje de tomar una gran cantidad de trabajo y tirarlo a la basura.

En 1992 Fefferman fue galardonado con el Premio Bergman. La citación del comité de adjudicación señalaba [2]:

Charles Fefferman ha hecho contribuciones de enorme importancia en el estudio del Núcleo de Bergman y ha puesto en marcha gran parte de la actividad sobre el tema. ... Cada uno de los [tres trabajos de Fefferman] es un 'tour de force', cada uno contiene no sólo resultados del Núcleo de Bergman y sus aplicaciones, sino que cada uno también desarrolla ideas muy originales y técnicas que son de gran importancia ...

(CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA)

(VIENE DE LA PÁGINA ANTERIOR)

En su respuesta Fefferman dijo:

Doy las gracias al comité de selección por concederme el Premio Bergman. Las ideas de Bergman han sido una gran influencia en mi trabajo. Siguen ofreciendo problemas profundos, importantes para el análisis.

Además de los premios mencionados anteriormente, Fefferman ha recibido muchos honores.

Estos incluyen la elección a la Academia Americana de las Artes y las Ciencias (1972), la elección a la Academia Nacional de Ciencias en 1979 y la elección a la Sociedad Americana de Filosofía en 1989. Ha recibido títulos honoríficos de la Universidad de Maryland (1979), del Colegio Knox (1981), de la Universidad Bar-Ilan (1985), y de la Universidad de Madrid (1990). En 2008 fue galardonado con el Premio Memorial Bôcher de la Sociedad Americana de Matemáticas:

... *por sus muchas contribuciones fundamentales a las diferentes áreas del análisis.*

En 2009 Fefferman fue nombrado miembro honorario de la Sociedad Matemática de Londres . En el citatorio de nombramiento se lee lo siguiente:

Los aportes y las ideas del profesor Charles Fefferman han tenido un impacto en el desarrollo del análisis moderno, las ecuaciones diferenciales, la física matemática y la geometría, junto con su más reciente trabajo donde incluye su sólida (computable) solución del problema de extensión de Whitney.

Fefferman continúa trabajando en Princeton y desde 1999 al 2002 fue Jefe del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Princeton.

Su familia.-

Charles Fefferman y su esposa Julie tienen dos hijas, Nina y Lainie.

Lainie Fefferman es una compositora reconocida nacionalmente, que además enseña matemática en la Escuela Santa Ana de la ciudad de Nueva York y obtuvo un título en música en la Universidad de Yale. Ella tiene interés por la música del Medio Oriente. [8]

Nina es bióloga computacional cuya línea de investigación se centra en aplicar modelos matemáticos a los sistemas biológicos complejos. [9]

El hermano de Charles Fefferman, Robert Fefferman, también es un exitoso matemático y actualmente es Decano en la Universidad de Chicago.

Referencias.-

1. **Biografía** de *Encyclopaedia Britannica.* http://www.britannica.com/eb/article-9096341/Charles-Louis-Fefferman

Artículos:

2. Bergman Prize awarded to Charles Fefferman, *Notices Amer. Math. Soc.* 39 (4) (1992), 320-321.
3. L. Carleson, The work of Charles Fefferman, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Helsinki 1978* (Helsinki, 1980), 53-56.
4. S. D. Chatterji, On the mathematical work of Charles Fefferman, *Jahrbuch Überblicke Mathematik, 1979* (Mannheim, 1979), 157-164.
5. S. Igari, Works of C Fefferman I (Japanese), *Sugaku* 31 (1) (1979), 34-39.
6. I. Naruki, Works of C Fefferman II (Japanese), *Sugaku* 31 (1) (1979), 39-43.
7. J. Moser, Fields medals III: A broad attack on analysis problems, *Science* 202 (4368) (1978), 612-613.
8. ^ Lainie Fefferman website.
9. ^ Fefferman lab website.

Fotografías de Charles Louis Fefferman del año 2006

Imágenes obtenidas de:

Google